MNPEF
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

RENATO RODRIGUES DOS SANTOS

MARINGÁ
2017

MNPEF
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

Renato Rodrigues dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) – Polo UEM, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira

Maringá
Janeiro/2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

Santos, Renato Rogrigues dos
S237p Problemas de Fermi nas aulas de física: estratégias para resolução de problemas de estimativas.-- Maringá, 2017.
71 f. : il. color, figs. , tabs.

Orientador: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira.

Dissertação (mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física MNPEF) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Física, 2017.

1. Ensino de Física. 2. Estimativas de Fermi. 3. Aprendizagem Significativa. I. Oliveira, Breno Ferraz, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação do Mestrado Nacional de Física (MNPEF). III. Título.

CDD 22. ED.530.07
JLM0000157

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

RENATO RODRIGUES DOS SANTOS

Orientador:
Prof. Dr. BRENO FERRAZ DE OLIVEIRA

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF) da Universidade Estadual de Maringá, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Aprovada por:

____
Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira
DFI/UEM

____
Profa. Dra. Roseli Constantino Schwerz
UTFPR – Campus Campo Mourão

____
Profa. Dra. Hatsumi Mukai
DFI/UEM

Maringá/PR
janeiro/2017

Dedico este trabalho à minha esposa, que me apoiou nos momentos difíceis e à minhas filhas, pela compreensão com a ausência do pai nas horas de trabalho dispensadas.

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira, meus sinceros agradecimentos pelo acompanhamento, orientação, disponibilidade, interesse e receptividade com que me recebeu.

À CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.

Aos idealizadores do MNPEF, que tornaram esse sonho possível.

Aos colegas da turma deste mestrado profissional, pelo apoio e pelas trocas de experiências realizadas no decorrer do curso.

Aos professores do mestrado profissional pelo incentivo, iniciativa, dedicação e pelo brilhantismo que demonstraram no decorrer do curso.

À profa. Dra. Hatsumi Mukai, pelo incentivo e por acreditar na relevância deste trabalho para o MNPEF.

À secretária Tatiana pelos serviços da secretaria do Mestrado Profissional (Polo UEM).

À minha família pelo apoio incondicional em todos os momentos deste curso.

Finalmente, agradeço a todos que de maneira direta ou indireta contribuíram para a realização e conclusão deste Mestrado Profissional.

"É marca de uma mente instruída ficar satisfeita com o grau de precisão que a natureza do assunto admite e não buscar exatidão quando somente uma aproximação da verdade é possível."

Aristóteles

RESUMO

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

Renato Rodrigues dos Santos

Orientador: Breno Ferraz de Oliveira

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação no Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) – Polo UEM, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Pretende-se com esta pesquisa, produzir, aplicar e avaliar uma sequência didática, com o objetivo de trabalhar estimativas numéricas na resolução de problemas de Fermi. A pesquisa tem caráter qualitativo e desenvolveu-se no formato de um minicurso, aplicado em uma turma de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio do IFPR Campus Paranavaí. A revisão de literatura elencou elementos sobre: Estimativas de Fermi, sequências didáticas e a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, que foi utilizada para nortear a preparação das atividades desenvolvidas, bem como avaliar os resultados obtidos. Os resultados evidenciados nesta pesquisa indicam que os estudantes desenvolveram diferentes estratégias para resolver os problemas com êxito, e com isso, esse tipo de problema pode ser útil, pois permite ao educando refletir sobre sua resolução, não se preocupando apenas em chegar a uma solução única. Os resultados foram satisfatórios, apesar de parte dos estudantes não terem atingido os objetivos foi possível identificar as suas dificuldades e assim, propor intervenções para a readequação da sequência didática.

Palavras-chave: Ensino de Física; Estimativas de Fermi; Aprendizagem Significativa.

Maringá,
Janeiro / 2017

ABSTRACT

FERMI'S PROBLEMS IN PHYSICS CLASSES: STRATEGIES FOR RESOLVING PROBLEMS OF ESTIMATES

Renato Rodrigues dos Santos

Supervisor: Breno Ferraz de Oliveira

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação of Universidade Estadual de Maringá in professional Masters Degree in Physics Teaching (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – MNPEF), in partial fulfillment of the requirements for the Masters Degree in Physics Teaching.

The aim of this research is to produce, apply and evaluate a didactic sequence, with the purpose of working numerical estimates in solving Fermi problems. The research has a qualitative character and was developed in a mini-course format, applied in a first-year High School class at IFPR Campus Paranavaí. The literature review listed elements about: Fermi's estimates, didactic sequences and David Ausubel's theory of meaningful learning. All these elements was used to guide the preparation of the activities developed, as well as to evaluate the results obtained. The results evidenced in this research indicate that students have developed different strategies to solve problems successfully. So, we considered that this type of problem can be useful as it allows students to reflect on their resolution, not only worrying about reaching a unique solution. The results were satisfactory because, although part of the students did not reach the objectives, it was possible to identify their difficulties and, thus, to propose interventions for the re-adaptation of the didactic sequence.

Keywords: Physics education; Fermi estimates; Meaningful learning.

Maringá
2017, January

Sumário

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

IFPR	Instituto Federal do Paraná
IDEB	Índice de desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a redução da carga horária na disciplina de Física tem causado certa preocupação, uma vez que, aspectos matemáticos no ensino de Física estão sendo abandonados e substituídos por uma abordagem superficial e teórica.

> O italiano Galileu Galilei (1564 – 1642), considerado o primeiro físico experimental do Renascimento, referiu-se à Matemática como uma ferramenta indispensável à compreensão da natureza, porque fornece o instrumental necessário ao tratamento dos aspectos quantitativos da Física: comparar, estimar e calcular grandezas físicas, entre muitas outras coisas. (YAMAMOTO, K. & FUKE, L. F, 2013, p.16)

Para ressaltar a importância da Matemática no ensino de Física, toma-se como exemplo a lei da alavanca que pode ser enunciada do seguinte modo: o produto da massa suspensa à esquerda do apoio central (m_1) pela distância desse apoio ao ponto de suspensão (d_1) é igual ao produto da massa colocada à direita (m_2) pela distância de seu ponto de suspensão ao apoio central (d_2). Embora correto, utilizando a linguagem matemática fica bem mais simples:

$$m_1 \cdot d_1 = m_2 \cdot d_2.$$

Outro aspecto refere-se à manipulação e análise da lei. Se estiver escrita em linguagem matemática nos permite uma grande diversidade de operações, como por exemplo, conhecendo uma das massas e a distância, podemos obter a outra massa, ou seja,

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot d_1}{d_2}.$$

De acordo com as Orientações Educacionais Complementares dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:

> Nas diretrizes e parâmetros que organizam o ensino médio, a Biologia, a Física, a Química e a Matemática integram uma mesma área do conhecimento. São ciências que têm em comum a investigação da natureza e dos desenvolvimentos tecnológicos, compartilham linguagens para a representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos. [...] As características comuns à Biologia, à Física, à Química e à Matemática recomendam uma articulação didática e pedagógica interna à sua área na condução do aprendizado, em salas de aula ou em outras atividades dos alunos. (BRASIL, 2016, p. 23)

Nessa proposta fica evidente a necessidade de integração entre as disciplinas que compõem o grande bloco das Ciências da Natureza e Matemática, e para tanto, propõe-se a utilização dos problemas de estimativa, também conhecidos como problemas de Fermi.

Uma das tarefas do cientista é de aprimorar sua capacidade de fazer estimativas, *a priori* da ordem de magnitude de determinada grandeza, antes de fazer um exame detalhado, seja do ponto de vista teórico ou experimental. Um físico que se destacou por realizar estimativas, com um alto grau de eficácia, foi Enrico Fermi[1] e por esse motivo, que problemas de estimativas ficaram conhecidos como problemas de Fermi. São feitas estimativas para fornecer uma verificação aproximada de cálculos mais exatos, para fornecer uma verificação áspera de resultados de investigações ou hipóteses, para obter estimativas das quantidades quando outros recursos não estão disponíveis, para obter estimativas das quantidades que são difíceis de medir com precisão. Fazer estimativas verifica a razoabilidade de resultados obtidos de cálculos mais complexos e ajuda a prevenir erros.

Neste contexto, pretende-se produzir uma sequência didática, com o objetivo de trabalhar estimativas numéricas na resolução de problemas de Fermi, aplicar em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio e avaliar os resultados obtidos à luz da teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

A definição do tema desta pesquisa foi resultado de meu percurso como professor de Física no Ensino Médio e Matemática no Ensino Fundamental e Médio, em Escolas Públicas do Paraná, onde leciono desde dezembro de 2005. Ao longo de minha experiência como docente, pude observar que, tanto na Física quanto na Matemática, os conteúdos trabalhados são por muitas vezes descontextualizados, sem ter relação com as demais componentes curriculares. Para preencher esta lacuna, os problemas de Fermi propiciam uma integração entre as disciplinas, uma vez que permitem uma abordagem interdisciplinar, além de proporcionarem ao educando a compreensão do significado de pequenos e grandes números.

Esta pesquisa possui caráter qualitativo, e optou-se pela aplicação de questionários como metodologia de pesquisa. Para tanto, organizou-se este estudo em seis seções.

---

[1] Enrico Fermi (1901-1954) físico italiano naturalizado estadunidense. Desenvolveu o primeiro reator nuclear. Recebeu o prêmio Nobel de Física pela identificação de novos elementos radioativos e pela descoberta das reações nucleares efetuadas pelos nêutrons lentos.

No capítulo 1, apresenta-se a fundamentação teórica composta de uma breve pesquisa sobre os principais trabalhos desenvolvidos com Estimativas de Fermi no Ensino de Física, uma breve definição de sequências didáticas e um estudo sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. No capítulo 2, apresenta-se o desenvolvimento da sequência didática que foi utilizada na pesquisa. No capítulo 3, descreve-se a aplicação das atividades e no capítulo 4, a análise detalhada das respostas dos estudantes.

Nas considerações finais são apresentadas as maiores dificuldades encontradas pelos alunos nas resoluções das questões, bem como algumas sugestões para o trabalho em sala de aula.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 Estimativas de Fermi

Em muitas situações do cotidiano, precisa-se saber apenas uma estimativa de certa quantidade, não se faz necessário obter-se o valor exato. Toma-se como exemplo, uma situação hipotética a qual um jornal noticiou: em uma manifestação em praça pública havia duzentas mil pessoas. Como é possível avaliar quantas pessoas estão presentes em determinado evento? Em situações como essa, não importa se na manifestação havia 185.319 pessoas ou 237.125 pessoas, espera-se apenas um valor aproximado.

Como se estima a área desmatada de uma determinada floresta? A quantidade de explosivos necessária para demolir determinado edifício? O volume de água que passa por uma turbina de uma usina hidrelétrica? Ou até mesmo a quantidade de água armazenada em uma represa? Essas e diversas perguntas recebem respostas aproximadas que podem ser obtidas por meio de estimativas.

Além desse tipo de estimativa, envolvendo grandezas que aparecem naturalmente no nosso dia a dia, na componente curricular de Física, a estimativa juntamente com a análise dimensional proporcionam um grande auxílio na resolução de problemas.

Segundo Smoothey (1998, p.7) "Uma estimativa é um palpite inteligente. Não é um número qualquer escolhido a esmo, mas um número baseado na observação e no raciocínio". Expressões como "cerca de", "aproximadamente", "mais do que", "quase", entre outras, indicam que se trata de uma estimativa; outra palavra para estimativa é aproximação. Há diversas maneiras de se realizar uma estimativa. A seguir, discutiremos alguns métodos.

Uma maneira de estimar o resultado de um problema com números grandes é pensar em problemas similares, com números pequenos. A multiplicação é bastante utilizada para respostas estimadas dividindo-se o todo em grupos iguais e multiplicando-se a quantidade de elementos pela quantidade de grupos. A comparação é também muito utilizada na estimativa de alturas, comprimentos, áreas e volumes, ou seja, conhecendo-se a altura, o comprimento, a área ou o volume de um objeto pode-se estimar com certa precisão o comprimento, a altura, a área ou o volume de outros objetos comparando-os com o conhecido. Conhecendo-se a capacidade total de um recipiente parcialmente cheio, pode-se usar a noção de metade e de um quarto para estimar o quanto sobra.

Batista & Mozolevski (2010 p.44) consideram que uma das tarefas do cientista é de aprimorar sua capacidade de fazer estimativas *a priori* da ordem de magnitude de determinada grandeza, antes de fazer um exame detalhado, seja do ponto de vista teórico ou experimental. Afirmam que Enrico Fermi introduziu uma prática muito comum entre os físicos de hoje que é a "física do verso de um envelope", isto é, antes de resolver um problema que envolva cálculos complicados é necessário obter estimas cujos cálculos possam ser realizados no verso de um envelope. Na década de 50, Fermi estimou a quantidade de afinadores de piano que havia em Chicago, seu raciocínio foi razoavelmente simples: Considerou a população de Chicago, aproximadamente 3 milhões de habitantes, considerou que uma família era composta de aproximadamente 4 pessoas e que em média, um terço das famílias possuía um piano, assim haveria 250.000 pianos em Chicago. Se um afinador pode afinar até quatro pianos ao dia e um piano precisa ser afinado a cada 5 anos, portando deveria haver em torno de 50 afinadores de piano em Chicago.

No Brasil são escassos trabalhos envolvendo estimativas e/ou problemas de Fermi. Uma exceção é o trabalho de Livi, R. P. (1990, p. 128) que em seu artigo que trata da representação de pequenos e grandes números como potências de base 10, defende que professores e alunos devem ser encorajados a fazer estimativas numéricas de qualquer espécie. Sugere para isso, a resolução de problemas de estimativas e fornece diversos exemplos de problemas que podem ser trabalhados com alunos, os quais se classificam como problemas de Fermi. Considera que

> [...] é muito importante que o estudante saiba resolver problemas e chegar a uma resposta numérica que será depois comparada com uma resposta no fim do livro. No entanto, é muitíssimo importante também saber fazer estimativas numéricas aproximadas e rápidas. (LIVI, R. P. 1990, p. 130)

Ärlebäck (2009) em seu estudo com alunos do Ensino Médio na Suécia defende a utilização de problemas de Fermi realistas para a introdução do estudo com modelagem matemática de uma forma mais branda. Destaca que a capacidade de estimar cálculos de ordem de grandeza foi crucial para os físicos antes de investir tempo e esforço em se engajar em longos e complicados cálculos. Aponta que, segundo Carlson (1997, p. 308), o processo de resolver problemas de Fermi como "método para a obtenção de uma aproximação rápida a um processo matemático aparentemente difícil usando uma série de suposições e arredondamento de cálculos" tem potencial motivacional eficaz para estudantes. Em sua pesquisa buscou avaliar o comportamento matemático de grupos de estudantes envolvidos na resolução de problemas de Fermi, onde notou o engajamento dos alunos que resolveram os problemas propostos em pequenos grupos.

Sriraman & Knott (2009) argumentam que os problemas de Fermi que estão diretamente ligados ao cotidiano são mais significativos e oferecem mais possibilidades pedagógicas que exercícios intelectuais. Defendem o uso dos problemas de Fermi que envolvem estimativas do consumo de água doce, o consumo de combustível, o desperdício de alimentos, a quantidade de lixo produzido, entre outros, que além de desenvolverem o raciocínio, levam a uma consciência crítica sobre o uso consciente dos recursos naturais.

Albarracín & Gorgorió (2013) chamam de problemas de Fermi uma classe de problemas que, apesar de difícil resolução, aceitam uma aproximação como alternativa a sua solução, dividindo-os em partes menores e resolvendo-os separadamente. Realizou um estudo com alunos de 12 a 16 anos com problemas de estimativas de magnitudes não alcançáveis, os quais definem como sendo um subconjunto dos problemas de Fermi. Neste estudo buscaram investigar as estratégias que os alunos utilizaram na resolução dos problemas e assim puderam comprovar que utilizaram um grande número de estratégias diferentes para resolver os problemas com êxito. Consideram que essa classe de problemas de Fermi pode ser útil nas aulas, para mostrar aos alunos que existem diversas formas de se resolver um problema e que se pode chegar ao mesmo resultado.

Diversos autores de livros didáticos propõem uma lista de problemas de Fermi em suas obras. Destaca-se Nussenzveig (2002) que em sua obra propões uma lista com 16 problemas de estimativas, sugere ao leitor consultar fontes externas (biblioteca, internet) para obter dados auxiliares necessários à sua resolução, porém não discute estratégias para a resolução dos mesmos.

Halliday, Resnick & Walker (2008, p. 13) defendem que "estimar muitas vezes é útil para calcular uma resposta aproximada a um problema físico mesmo quando há pouca informação disponível". Tal resposta aproximada pode então ser utilizada para determinar se é necessário um cálculo mais preciso. Na 7ª edição de seu livro em inglês, propõe um tópico sobre estimativas e ordem de grandeza no qual fornece vários exemplos do uso de estimativas, com problemas resolvidos e comentados. Observa-se também que na versão traduzida para o português, esse tópico foi removido.

Ferraro, Soares & Torres (2010) em sua obra "Física Ciência e Tecnologia" voltada para o Ensino Médio, propõe um tópico intitulado "Ordem de grandeza – estimativa de valores" o qual inicia com três problemas que se classificam como problemas de Fermi. Discorre sobre a importância de resolver problemas desse tipo, porém não propõe estratégias para resolvê-lo e não propõe que os alunos o resolvam, apenas os utiliza como motivação para tratar de ordem de grandeza.

Diante do exposto, propõe-se desenvolver e aplicar em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio uma sequência didática com o objetivo de analizar as estratégias desenvolvidas pelos alunos na resolução desse tipo de problema.

1.2 Sequências didáticas

Uma sequência didática é um conjunto de atividades relacionadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, organizadas de acordo com os objetivos que o professor espera alcançar para aprendizagem de seus alunos, que pode envolver atividades lúdicas, debates, exposição de um tema, textos, experimentos, resolução de exercícios, resolução de problemas, avaliação, etc. É uma maneira de ordenar e organizar os conteúdos em um tema e esse por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

Sequências didáticas, segundo Zabala (1998, p.18), são “um conjunto de atividades ordenadas estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.” Ao se planejar uma sequência didática, deve-se levar em conta não só a intencionalidade de sua proposta, mas as expectativas que os alunos terão em realizar determinada atividade.

Para Zaballa (1998, p. 18), “os tipos de atividades, sobretudo sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas.” O que caracteriza o método não é apenas o tipo de atividade que se propõe, mas a ordem que se estabelece no desenvolvimento das atividades. Portanto, pensar na configuração das sequências didáticas é um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática de ensino.

Uma sequência didática também oferece uma oportunidade de trabalhar a interdisciplinaridade, uma vez que é possível tratar com mais profundidade de assuntos que são pertinentes à outras áreas do conhecimento, podendo explorar globalmente, diminuindo a fragmentação. Ao planejar, pode-se determinar as possibilidades de desenvolvimento de atividades interdisciplinares, buscando a integração entre as disciplinas.

Equações e uma diversidade de constantes estão presentes na Física, e assim, pode-se pensar em desenvolver sequências didáticas com foco em atividades investigativas, buscando demonstrar tais relações matemáticas por meio da experimentação, visando a generalização e formação de significados.

Na formulação de uma sequência didática, deve-se levar em conta como o estudante aprende e sua relação com atividades propostas, bem como a análise do processo avaliativo e suas implicações. Para tanto, optou-se utilizar a teoria da aprendizagem significativa.

1.3 Aprendizagem significativa

Neste trabalho pretende-se avaliar o aprendizado desenvolvido pelos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio Técnico na resolução de problemas de Estimativas, bem como, as estratégias utilizadas para fazê-lo.

Desenvolvida pelo psicólogo norte americano David Ausubel, a teoria da aprendizagem significativa é o processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com algum aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, é uma teoria cognitivista, pois procura explicar o processo de aprendizagem e como o ser humano aprende, armazena e usa as informações. Para Ausubel, o fator mais importante na aprendizagem é o que o estudante já sabe.

> Novas idéias e informações podem ser aprendidas e retidas, na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às novas ideias e conceitos. (MOREIRA,1999, p. 152)

Para Moreira & Masini (2001), o aprendizado abrange conceitos novos e também modificações na estrutura cognitiva representada pela interação entre conhecimentos assimilados e os conhecimentos pré-existentes dos alunos. A esse conhecimento prévio, que sofre interação com o novo conhecimento aprendido, Ausubel dá o nome de *subsunçor*[2]. A aprendizagem ocorre quando uma nova ideia ou conceito ancora-se em conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Ausubel considera o armazenamento de informações na mente humana como sendo hierarquicamente organizado, resultado de experiências sensoriais do indivíduo.

---

[2] “subsunçor”, do inglês *subsumer* (inseridor, facilitador, subordinador).

Em Física, por exemplo, se o estudante conhece o conceito de campo magnético e força magnética, estes podem servir de subsunçores para o aprendizado dos conceitos de campo elétrico e força elétrica. A ancoragem dessa nova informação modifica e torna mais desenvolvido o subsunçor campo elétrico e força elétrica.

Pensando-se em estimativas numéricas, se o aluno sabe qual o consumo mensal de energia elétrica da sua família, este conceito serviria de subsunçor para fazer uma estimativa numérica de consumo de energia elétrica de seu município, de seu estado ou país.

No Ensino de Física a preocupação com o aprendizado dos alunos é uma constante que permeia o ambiente escolar, sobretudo quando se pensa em avaliação, e dela se espera um resultado que nem sempre é positivo, e caso seja, muitas vezes esse resultado reproduzido na avaliação nem sempre fica retido pelo estudante por muito tempo, pois é resultante da memorização de informações que não estão arraigadas com o conhecimento prévio do aluno. Esse tipo de aprendizagem, Ausubel define como aprendizagem mecânica, que é a aprendizagem que tem pouca ou nenhuma interação com o conhecimento prévio do aluno, nesse caso a informação fica armazenada arbitrariamente na estrutura cognitiva. Não considera a aprendizagem mecânica e significativa como maneiras antagônicas de se aprender e sim como um complemento, pois constantemente aprendemos coisas novas que nem sempre estão interligadas aos nossos conhecimentos prévios, mas que podem servir de subsunçores para outros conceitos, fortalecendo-se na estrutura cognitiva.

O processo de ancoragem é o aspecto fundamental da teoria de Ausubel. Para Moreira & Masini (2001), novas ideias se relacionam com o que o estudante já sabe e com isso surgem novos significados. No entanto, para que isso ocorra, a relação dessas novas ideias com o conhecimento prévio do aluno deve se dar de modo "substantivo" e "não arbitrário", ou seja, um novo conhecimento não será alocado de modo arbitrário na estrutura cognitiva, ele estará interligado com o conhecimento âncora, como se fosse uma continuação e, além disso, que o aluno consiga resolver problemas com pequenas variações comparando-se com aqueles que lhe foi apresentado, ou ainda, o aluno que aprende um conteúdo de modo substantivo, será capaz de compreender casos cujas estruturas sejam diferentes da forma como foi assimilado, sendo capaz de aplicar o conhecimento para outras situações.

Ausubel considera que, para que a aprendizagem seja significativa, o material a ser aprendido deve ser "potencialmente significativo". Ou seja, tenha significado para o estudante e que o estudante "manifeste disposição favorável" para aprender de maneira significativa. Para que isto ocorra, recomenda o uso de organizadores prévios "que sirvam de âncora para a nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente" (Moreira & Masini, 2001). Os organizadores prévios são materiais apresentados aos estudantes antes do próprio conteúdo a ser aprendido, como por exemplo, um experimento, uma imagem, um texto introdutório ou questionamentos, buscando instigar o aluno a compreender o conteúdo. É uma estratégia que se pode utilizar para manipular a estrutura cognitiva criando elos de ligação entre o conhecimento prévio e conteúdo a ser aprendido, ou seja, busca mostrar ao estudante a relação entre o conteúdo e o seu conhecimento prévio.

A compreensão de um conceito implica na posse de significados claros e precisos, e suas implicações. Porém, um desafio para o professor ainda é avaliar se a aprendizagem do aluno foi significativa. Ausubel propõe que, ao se procurar evidências de compreensão significativa, deve-se utilizar questões que sejam novas para o educando, ou pelo menos que sejam enunciadas de uma maneira diferente da que foi trabalhada no material didático ou durante as aulas, evitando que se tenham respostas memorizadas. Recomenda o uso de problemas para se procurar evidências da aprendizagem significativa, porém alerta que resolver problemas envolve habilidades que muitas vezes estão além dos conteúdos trabalhados.

Segundo Moreira & Masini (2001), para explicar o processo de aquisição de conceitos e significados, Ausubel descreve o processo de "subsunção" por meio do que chama de "princípio de assimilação", representado simbolicamente na Figura 1:

Nova informação potencialmente significativa	→	Relacionada e assimilada por	→	Conceito Subsunçor existente na estrutura cognitiva	→	Produto interacional (subsunçor modificado)
a				*A*		*A'a'*

Figura 1 – Princípio de assimilação

Fonte: Moreira & Masini (2001)

No princípio da assimilação, um novo conceito potencialmente significativo *a*, relaciona-se com um conceito subsunçor *A* existente na estrutura cognitiva, nesse caso, ambos são modificados, e dessa interação resulta um novo subsunçor *A'a'*. Após a aprendizagem significativa, começa um novo estágio de subsunção que Ausubel chama de *assimilação obliteradora*. Do ponto de vista cognitivo, é mais "econômico" armazenar as ideias e conceitos mais gerais, assim, as informações resultantes do produto interacional *a'A*' tornam-se menos dissociáveis ou distinguíveis com o passar do tempo, até que o produto *a'A'* reduz-se simplesmente a um único subsunçor *A'*.

Moreira & Masini (2001) afirmam que Ausubel, em sua teoria, apresenta três formas de aprendizagem significativa, segundo a teoria da assimilação: a subordinada, superordenada e a combinatória.

Na *aprendizagem subordinada*, uma nova idéia subordina-se a ideias pré-existentes mais gerais e abrangentes, assim sendo, o novo material é assimilado como um exemplo específico de um conceito previamente estabelecido na estrutura cognitiva do estudante, ou seja, os conceitos se conectam entre si numa relação de subordinação, dos mais gerais para os mais específicos.

A *aprendizagem superordenada* se dá quando um novo conceito aprendido é mais abrangente ou inclusivo que o os conceitos já estabelecidos na estrutura cognitiva. Em outras palavras, a nova informação tende a modificar o conceito subsunçor, subordinando-o a esse novo conceito.

A aprendizagem de novas informações que não tem relação subordinada ou superordenada com os conceitos estabelecidos na estrutura cognitiva Ausubel chama de *aprendizagem combinatória*. "Segundo ele, generalizações inclusivas e amplamente explanatórias tais como a as relações entre massa e energia, calor e volume, estrutura genética e variabilidade, oferta e procura, requerem esse tipo de aprendizagem". (Moreira, Caballero & Rodriguez, 1997)

A aprendizagem significativa torna-se importante, pois o conhecimento é retido por mais tempo pelo educando, a aprendizagem é facilitada e, além disso, o conceito que foi aprendido e esquecido pode ser relembrado com mais facilidade. Nesse contexto, o papel do professor seria identificar o que o aluno já sabe organizar no conteúdo a ser aprendido de modo que trabalhe primeiramente os conceitos mais inclusivos, com maior subsunção com o conhecimento prévio do aluno, e utilizar recursos adequados, para que a aprendizagem seja significativa.

2. DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO

Um dos requisitos exigidos pelo Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Ensino de Física para conclusão do curso é a elaboração de um produto educacional, que dê continuidade ao trabalho desenvolvido com esta pesquisa, evitando assim, que ela termine com a apresentação da dissertação, e que o mesmo possa ser utilizado por professores em sala de aula para desenvolver esse trabalho com seus alunos.

Neste material de apoio ao professor descreve-se uma sequência didática, na qual se propõe trabalhar com alunos do primeiro ano do Ensino Médio problemas de estimativas, também chamados de problemas de Fermi, em homenagem ao físico Italiano Enrico Fermi, que ficou conhecido por levantar e resolver esse tipo de problema.

2.1 Introdução

Estimar significa opinar a respeito de algo de que não se tem certeza, fazer um cálculo aproximado acerca de uma quantia ou uma grandeza, como por exemplo, estimar a idade do Universo, estimar a quantidade de pessoas em um show de *rock*, o número de manifestantes em um evento, o número de átomos que compõem um corpo, o número de bactérias em uma determinada amostra, etc.

Com o intuito de tornar a aprendizagem mais significativa, Moreira (2008) recomenda o uso dos organizados prévios que:

> [...] são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si. Contrariamente a sumários que são de um modo geral, apresentados ao mesmo nível de abstração, generalidade e abrangência, simplesmente destacando certos aspectos do assunto, organizadores são apresentados em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade. (MOREIRA, 2008, p. 2)

Nesse sentido, propõe-se a leitura e discussão do texto “O Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?” (seção 3.2), que em seu contexto traz diversas estimativas que estão salientadas em negrito, visando preparar a estrutura cognitiva do educando, para ancorar o novo conceito a ser compreendido. Após uma breve discussão sobre o texto, propõe-se algumas questões que levam o estudante a refletir sobre a necessidade em se realizar uma estimativa, bem como, proporciona ao professor coletar dados sobre o conhecimento prévio de seus alunos.

2.2 Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?

Quando você está em algum lugar propício para admirar as estrelas, e se a noite estiver especialmente boa para vê-las, é incrível olhar para cima e se deparar com algo semelhante à imagem a seguir (Figura 2).

Figura 2 – Céu estrelado

Fonte: Extraída da internet[3]

Algumas pessoas ficam impressionadas pela beleza do céu, ou se deslumbram com a vastidão do universo. No meu caso, eu passo por uma leve crise existencial, e depois ajo bem estranhamente por meia hora. Cada um reage de um jeito diferente.

O físico Enrico Fermi também reagia diferente, e se perguntou: "cadê todo mundo?"

Um céu estrelado parece imenso, mas tudo o que estamos vendo é a nossa vizinhança. Nas melhores noites estreladas, nós podemos ver até 2.500 estrelas (mais ou menos um centésimo de milionésimo do total de estrelas em nossa galáxia). Quase todas estão a menos de mil anos-luz de nós (ou 1% do diâmetro da Via Láctea). Então, na verdade estamos olhando para isto (Figura 3):

[3] Disponível em: <http://28oa9i1t08037ue3m1l0i861.wpengine.netdna-cdn.com/wp-content/uploads/2014/05/Stars-fixed.jpg>. Acesso em 25 de nov. 2016.

Figura 3 – Nossa Galáxia: Via Láctea

Fonte: Extraída da internet[4]

Quando somos confrontados com o assunto de estrelas e galáxias, uma questão que atormenta a maior parte dos humanos é: "há vida inteligente lá fora?" Vamos colocar alguns números nessa questão; se você não gosta de números, pode ler só o negrito.

Nossa galáxia tem entre 100 bilhões e 400 bilhões de estrelas; no entanto, este é quase o mesmo número de galáxias no Universo observável. Então, para cada estrela da imensa Via Láctea, há uma galáxia inteira lá fora. No total, **existem entre 10^{22} e 10^{24} estrelas no Universo**. Isso significa que para cada grão de areia na Terra, há 10.000 estrelas no universo.

O mundo da ciência não está em total acordo sobre qual porcentagem dessas estrelas são parecidas com o Sol (similares em tamanho, temperatura e luminosidade). As opiniões tipicamente vão de 5% a 20%. Indo pela mais conservadora (5%) e o número mais baixo na estimativa total de estrelas (10^{22}), **isso nos dá 500 quintilhões, ou 500 bilhões de bilhões de estrelas similares ao Sol.**

Também há um debate sobre qual porcentagem dessas estrelas similares ao Sol poderia ser orbitada por planetas similares a Terra (com condições parecidas de temperatura, que poderiam ter água líquida e que poderia sustentar vida similar à da Terra). Alguns dizem que é até 50%, mas vamos ficar com os conservadores 22% que apareceram em um recente estudo no PNAS (Procedimentos da Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos da América). Isso sugere que há um planeta similar à Terra, potencialmente habitável, orbitando pelo menos 1% do total de estrelas do universo: **um total de 100 bilhões de bilhões de planetas similares à Terra.**

Então existem 100 planetas parecidos com a Terra para cada grão de areia do mundo. Pense nisso na próxima vez que for à praia.

[4] Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/wp-content/uploads/2014/07/2a.png>. Acesso em 25 de nov. 2016.

Daqui para frente, nós não temos outra escolha senão sermos especulativos. Vamos imaginar que, depois de bilhões de anos de existência, 1% dos planetas parecidos com a Terra tenha desenvolvido vida (se isso for verdade, cada grão de areia representaria um planeta com vida). E imagine que em 1% desses planetas avance até o nível da vida inteligente, como aconteceu na Terra. Isso significaria que teríamos 10 quatrilhões, ou **10 milhões de bilhões de civilizações inteligentes no universo observável.**

Voltando para a nossa galáxia e fazendo as mesmas contas usando a estimativa mais baixa de estrelas na Via Láctea, estimamos que existem **1 bilhão de planetas similares à Terra, e 100 mil civilizações inteligentes na nossa galáxia**. (A Equação de Drake traz um método formal para esse processo limitado que estamos fazendo).

A SETI (Busca por Inteligência Extraterrestre, na sigla em inglês) é uma organização dedicada a ouvir sinais de outras vidas inteligentes. Se nós estivermos certos e houver 100 mil ou mais civilizações inteligentes na nossa galáxia, uma fração delas estaria emitindo ondas de rádio, ou raios laser, ou qualquer coisa para realizar contato. Então os satélites da SETI deveriam estar recebendo sinais de todo tipo, certo?

Mas não está. Nunca recebeu.

Cadê todo mundo?

Adaptado do texto “O Paradoxo de Fermi” (The Fermi Paradox by Tim Urban) traduzido por Jéssica Nunes. Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/o-paradoxo-de-fermi/ >. Acesso em 25 de nov. 2016.

A seguir, apresentam-se algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre o texto:

1) Você considera possível, em uma noite de céu claro (sem nuvens) contar todas as estrelas que há lá no céu? Justifique sua resposta.

2) Como você imagina que o autor do texto chegou à conclusão que há em torno de 10^{22} e 10^{24} estrelas em todo o universo?

3) O que é uma estimativa?

2.3 Por que fazer estimativas em ciências?

Os cientistas às vezes fazem essas estimativas antes de optar por métodos mais sofisticados para obter respostas específicas.

A capacidade para estimar – para dentro de uma ordem de magnitude ou então – o tamanho ou a probabilidade de diversas quantidades é útil na ciência, bem como em muitos outros empreendimentos, para:

- Fornecer uma verificação aproximada de cálculos mais exatos;
- Fornecer uma verificação áspera dos resultados da investigação ou hipóteses;
- Obter estimativas das quantidades quando outros recursos não estão disponíveis;
- Obter estimativas das quantidades que são difíceis de medir com precisão;

- Obter estimativas de quantidades para as quais não exista uma previsão teórica firme.

E, particularmente importante em ciências interdisciplinares, matéria mole e astrofísica para fornecer limitantes a possíveis alternativas de projetos.

Estimar verifica a razoabilidade dos resultados: às vezes, a complexidade de certos cálculos pode ajudar a esconder grandes erros, se uma estimativa foi feita de modo que ajude a perceber se o resultado preciso é consistente. Também é preferível à estimativa aproximada "antes" porque se for feito depois de saber o resultado de um cálculo preciso poderia enviesar a estimativa.

2.4 Como fazer estimativas em pesquisas?

Como você estima a resposta a uma pergunta que parece impossível determinar, ou pelo menos sem acesso a uma enciclopédia, acesso à Internet, ou ser onisciente? Por exemplo, quantos grãos de areia estão lá nas praias da terra? Quantos afinadores de piano existem em Chicago? Quantos átomos estão em seu corpo?

Um primeiro passo é seguir as seguintes sugestões:

i) Não entre em pânico quando você vê o problema;

ii) Anote qualquer fato você sabe relacionado à questão;

iii) Descreva uma ou mais procedimentos possíveis para determinar a resposta;

iv) Mantenha o controle de suas suposições;

v) Liste as coisas que você precisa saber para responder à pergunta.

Neste minicurso vamos estudar alguns métodos para a resolução de problemas de estimativas.

2.5 Aplicação do Pré-Teste:

Antes da aplicação do minicurso, propõe-se a aplicação de um pré-teste, com o objetivo de avaliar o desenvolvimento dos alunos, composto de cinco questões que são descritas a seguir:

Resolva os problemas abaixo e explique como obteve a resposta em cada caso.

1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?
3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?
4) Quantos pneus usados (apenas de carros) são descartados por ano em Paranavaí?
5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

2.6 Resolução dos problemas propostos no pré-teste

Após a aplicação do pré-teste, iniciam-se as atividades com os alunos, e como primeiro passo procede-se a discussão das questões respondidas no pré-teste.

1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Figura 4 – Foto do Bloco 01 Administrativo – IFPR Campus Paranavaí

Fonte: O autor.

Nesta questão, pode-se estimar a altura de do Bloco 1 (Figura 4), comparando-a com a altura de um aluno. Observa-se que a altura de uma sala é um pouco menor que o dobro da altura de um aluno, considerando que este possua em torno de 1,60m de altura, pode-se estimar a altura de uma sala em torno de 3m. Como o bloco possui 2 pisos e ainda uma fachada superior que abriga a cobertura, pode-se estimar sua altura total em aproximadamente 8 metros.

2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Neste problema, procura-se identificar se aluno conhece algum método para estimar uma quantidade palpável, a qual se pode retirar uma amostra e comparar com o todo.

Uma solução seria retirar uma porção menor, contá-la e comparar com o volume total. Outro modo é, com o auxílio de uma balança de precisão, medir a massa de certa quantidade de grãos de feijão e depois comparar com o todo.

3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Neste problema, primeiramente pode-se estimar quanto uma pessoa come por dia, incluindo café da manhã, almoço, jantar e eventualmente, lanches e frutas. Multiplica-se o valor obtido pelo número de dias que se viveu em 70 anos, e ainda, pode-se levar em conta que uma pessoa se alimenta com uma quantidade menor de alimento enquanto criança. Quanto maior for o número de hipóteses a se considerar, melhor será a estimativa.

Uma resposta simples pode ser obtida considerando que, ao longo da vida, uma pessoa comeu em média 1,5kg de comida por dia e, considerando um ano com 365 dias, tem-se que essa pessoa viveu em dias

$$70\ \cancel{anos}\ \cdot \frac{365\ dias}{1\ \cancel{ano}} = 25.550\ dias.$$

Multiplica-se o resultado obtido pela quantidade diária de alimento que foi estimado e obtêm-se

$$25.550\ \cancel{dias}\ \cdot \frac{1{,}5kg}{\cancel{dia}} = 38.325\ kg \approx 38\ toneladas.$$

4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Pode-se supor que em Paranavaí exista um carro para cada 4 pessoas. Com aproximadamente 90.000 habitantes, tem-se

$$90.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{1\ carro}{4\ \cancel{habitantes}} = 22.500\ carros.$$

Considerando-se que cada carro possui 4 pneus, faz-se necessário estimar o desgaste desses pneus. Supondo-se uma troca a cada 4 anos, seriam descartados

$$22.500\ \cancel{carros} \cdot \frac{4\ pneus}{\cancel{carro}} . \frac{1}{4\ ano} = 22.500\ pneus/ano.$$

Recomenda-se ao professor orientar os alunos à realizar uma pesquisa quanto à durabilidade dos pneus de um carro. Após a resolução desse problema, aproveitar os dados obtidos, para discutir o fim que se dá aos pneus velhos do município em que se vive, e as possibilidades de reciclagem dos mesmos.

5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Primeiramente precisamos estabelecer algumas hipóteses: Suponhamos que cada profissional trabalhe 5 dias por semana durante 8 horas por dia e que cada habitante do município seja vacinado em 3 minutos. Assim temos que cada profissional deverá vacinar

$$\frac{90.000\ habitantes}{10\ profissionais} = 9.000\ habitantes/profissional\ da\ saúde.$$

Supondo-se que se gaste em média 3 minutos para vacinar cada habitante, tem-se que cada profissional gastará

$$9.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{3\ min}{1\ \cancel{habitante}} = 27.000\ minutos.$$

Considerando que se trabalhe 8 horas por dia, cada profissional trabalhará

$$27.000\ \cancel{min} \cdot \frac{1h}{60\ \cancel{min}} = 450\cancel{h}\ .\frac{1\ dia\ útil}{8\cancel{h}} \approx 56\ dias\ úteis.$$

O que nos dará aproximadamente 2 meses e meio de trabalho.

2.7 Desenvolvimento do minicurso

Após a resolução do pré-teste, propõe-se a resolução de cada problema, um por vez, solicitando aos estudantes que os resolvam com o conhecimento que tem, e após alguns minutos, questiona-se os estudantes sobre as hipóteses utilizadas na resolução e por fim interfere-se questionando e atribuindo parâmetros quando necessário, para que façam uma boa estimativa.

1) Estime a altura desta sala de aula.

Uma das formas de se estimar a medida de algo que não conhecemos é comparar com uma medida conhecida. A altura de uma parede pode ser estimada comparando-se com a própria altura do aluno. Poder-se-ia então estimar a altura da sala em torno de 3m.

2) Estime o volume do ar contido na sala em que você está.

Aplica-se o mesmo procedimento que no problema anterior, porém agora é preciso estimar o comprimento e a largura da sala, o que pode ser feito comparando com as medidas das carteiras que estão dispostas de maneira organizada, ou com as dimensões dos pisos cerâmicos. Espera-se obter algo em torno de $9m \times 6m \times 3m = 162m^3$. Porém na sala há carteiras, cadeiras, mesa do professor, material escolar, alunos, professor, etc. ocupando parte do volume desta sala. Poder-se-ia fazer uma estimativa deste volume, embora seja algo bem mais complexo. Suponhamos 30 alunos, cada um com massa 50kg, totalizando 1.500kg. Considerando sua densidade próxima à densidade da água, poder-se-ia estimar em torno de

$$1.500\cancel{kg} \cdot \frac{1\cancel{l}}{1\cancel{kg}} \cdot \frac{1m^3}{1.000\cancel{l}} = 1{,}5m^3,$$

o que é insignificante se comparado ao volume da sala. Considerando que os demais objetos ocupem $0{,}5m^3$, uma boa estimativa seria de que nesta sala há em torno de

$$162m^3 - (1{,}5 + 0{,}5)m^3 = 160\mathrm{m}^3 de\ ar.$$

3) Estime a massa do ar contida na sala em que você está (Sugestão: consulte a massa atômica dos gases que compõe o ar na tabela periódica).

De posse da resposta do problema anterior e considerando-se que $1m^3$ corresponde à 1.000 litros, tem-se que nesta sala há

$$160\cancel{m^3} \cdot \frac{1.000l}{1\cancel{m^3}} = 160.000 \text{ litros de ar.}$$

Considerando que o ar é composto basicamente de nitrogênio (78%) e oxigênio (21%) aproximadamente, com massas molares próximas de 15g e que 1 mol de qualquer gás ocupa 22,4 litros nas CNTPs (0°C e 1atm), temos que a massa (m) do ar contido na sala pode ser obtido por:

$$m = 160.000\cancel{l} \cdot \frac{15g}{22{,}4\cancel{l}} = 107.143g \approx 100Kg$$

4) Estime os seguintes cálculos:

a) $347{,}32 \times 4{,}1025$

Estimativas em cálculo numérico podem ser realizadas aproximando os números envolvidos para a dezena, centena, milhar, etc. mais próxima. Neste caso pode-se aproximar para 350×4, cálculo que se pode fazer mentalmente, obtendo 1400. Comparando com o resultado do produto procurado, 1.424,47005, não é tão distante do mesmo.

b) $983.657 \div 934$

Com raciocínio análogo, pode-se estimar o quociente acima fazendo $1.000.000 \div 1.000 = 1.000$. Comparando com o resultado do quociente, aproximadamente 1.053,17, observa-se um erro próximo de 5%. Em muitos casos o erro é bem maior, porém geralmente não supera uma ordem de grandeza.

5) Quantos anos uma pessoa que viveu 70 anos passou dormindo e quanto tempo passou comendo?

i) Supondo que uma pessoa durma em média 8 horas por dia, isso equivale a 1/3 do dia, e durante toda a sua vida, $70 \div 3 \cong 23$ anos.

ii) Primeiramente se faz necessário estimar quanto tempo por dia se passa comendo, suponhamos uma hora. Como o dia possui 24 horas, passa-se $1/24$ do tempo alimentando-se. Uma pessoas que viveu 70 anos passou $\frac{70}{24} \cong 2{,}91 \cong 3$ anos comendo.

6) Se você ganhasse um milhão de reais em notas de R$100,00, daria para carregar todo o dinheiro em uma mala? Qual o tamanho do depósito necessário para guardar um bilhão de reais em notas de R$100,00?

i) Começamos por calcular quantas notas há em R$ 1.000.000,00:

$\frac{R\$\ 1.000.000{,}00}{R\$\ 100{,}00} = 10.000\ notas.$

Pode-se estimar a espessura de uma nota dobrando-a diversas vezes, medindo-se uma pilha com diversas notas e dividindo-se a medida obtida pelo número de notas. Daí, supondo uma pilha com todo esse dinheiro, pode-se calcular o volume total dessas notas.

Dobrou-se 4 notas por duas vezes, obtendo uma pilha com 16 notas e 2mm de espessura. Assim sendo, cada nota possui $0{,}125mm$ de espessura. Logo, uma pilha com 10.000 notas possui

$$10.000\cancel{notas} \cdot 0{,}125\frac{mm}{\cancel{nota}} = 1.250mm.\frac{1cm}{10mm} = 125cm$$

Considerando que uma nota de R$ 100,00 meça 15,5cm X 7cm, o volume dessa quantia de dinheiro pode ser estimada por:

$$V = 15{,}5cm \times 7cm \times 125cm \approx 13.500\ cm^3$$

Uma pasta executiva possui em torno de 40cm de comprimento (c) e 30 cm de largura (l). Para carregar todo esse dinheiro deverá ter altura igual a

$$V(volume) = c \cdot l \cdot a \Rightarrow a = \frac{V}{c \cdot l} = \frac{13.500}{40 \cdot 30} \Rightarrow a \approx 12cm,$$

ou seja, é possível carregar em uma mala.

ii) A segunda parte do problema pode ser respondida multiplicando-se o volume estimado por 1.000.000, assim temos que R$ 1.000.000.000,00 equivale a um volume de:

$$V = 13.500 \times 1.000.000 = 13.500.000.000\ cm^3$$

$$V = 13.500.000.000\cancel{cm^3}\frac{1m^3}{1.000.000\cancel{cm^3}}$$

$$V = 13.500m^3$$

Vamos supor um depósito que tenha 4m de altura, então $13.500 \div 4 \cong 3.375$, extraindo a raiz quadrada, obtemos $\sqrt{3.375} \cong 58$, ou seja, teríamos que ter um depósito com 57m de comprimento, 57m de largura e 4m de altura.

Obs.: Um caminhão baú porte médio mede aproximadamente: 6m de comprimento, 2,2m de largura e 2,2m de altura, que nos dá um volume aproximado de 29m^3. Assim, um bilhão de reais equivalem a

$$\frac{13.500\cancel{m^3}}{29\cancel{m^3}/caminhão} = 465 \text{ caminhões.}$$

7) Estime a quantidade de moedas de R$ 1,00 que se pode armazenar em uma caixa cúbica com $1m$ de aresta.

Uma moeda de R$ 1,00 possui aproximadamente 2mm de espessura e 3cm de diâmetro. Dividindo o comprimento da caixa pelo diâmetro das moedas, obtemos que na base dessa caixa cabem 33 fileiras com 33 moedas cada. Supondo que as moedas sejam organizadas em pilhas, cada pilha terá

$$1m = 100cm = 1000mm \cdot \frac{1\ moeda}{2mm} = 500\ moedas.$$

Daí, multiplicando-se 33 fileiras com 33 pilhas de 500 moedas, obtêm-se

$$33 \times 33 \times 500\ moedas = 544.500\ moedas$$

8) Estime sua velocidade média de sua casa até o IFPR. Especifique se o trajeto foi feito a pé, de carro ou de transporte coletivo.

Esse tipo de estimativa é bastante simples e consiste apenas em estimar o tempo gasto no percurso e a distância, se não forem conhecidos. Aplicando a definição de velocidade média, temos:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Supondo-se um aluno que more no centro de Paranavaí, desloca-se 500m a pé, de sua casa até o ponto de ônibus em minutos, fique esperando 6 minutos no ponto de ônibus e leve mais 15 minutos para percorrer de ônibus uma distância de 4 km. Então sua velocidade média pode ser obtida fazendo

$$V_m = \frac{500m+4km}{5min+6min+15min} = \frac{500m\cdot\frac{1km}{1.000m}+4km}{26min\cdot\frac{1h}{60min}} = \frac{4{,}5km}{\frac{26}{60}h} = 4{,}5km\cdot\frac{60}{26}h \approx 10km/h.$$

9) Considerando que os grãos de areia tem seus diâmetro variando entre 0,25mm e 0,5mm, estime quantos grãos de areia podem conter em um copo descartável (200 ml).

Considerando-se como unidade de medida de volume um cubo com $1mm$ de aresta, tem-se que em $1mm$ cabem 4 grãos de areia de 0,25mm de diâmetro, ou ainda, cabem 2 grãos de areia com 0,5mm. Por simplicidade, considera-se que em $1mm$ de comprimento, tenha-se 3 grãos de areia. Daí, $1mm^3$ possui

$$3^3 = 27\ grãos\ de\ areia.$$

Como 200 ml equivale a 200cm^3, e $1cm^3 = 10^3mm^3$, nesse copo descartável pode conter

$$200\cancel{cm^3}\cdot\frac{10^3\cancel{mm^3}}{\cancel{cm^3}}\cdot\frac{27grãos\ de\ areia}{\cancel{mm^3}} = 5.400\cdot 10^3 = 5{,}4\cdot 10^6grãos\ de\ areia,$$

portanto, é da ordem de grandeza de 10^7 grãos de areia, pois $5{,}4 > \sqrt{10}$.

10) Estime quantos fios de cabelo existem em sua cabeça.

Pode-se estimar o número de fios de cabelo fazendo uma aproximação da área do couro cabeludo, modelando como uma calota esférica e contando o número de fios de cabelo existente em uma unidade de área. Para obter o raio de sua cabeça, pode-se utilizar um barbante e uma régua, medindo-se o comprimento da circunferência (C), obtêm-se o diâmetro. Supondo $C = 51cm$, obtêm-se

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{51}{2\pi} \approx \frac{51}{2\cdot 3{,}14} \approx 8cm = 80mm$$

Considerando que em $1mm^2$ há 2 fios de cabelo, então o número de fios de cabelo (n) pode ser estimado por

$$n = \frac{4\pi r^2}{2} \times (número\ de\ fios/mm^2) = \frac{4 \cdot 3{,}14.(80mm)^2}{2} \cdot 2fios/mm^2$$

$$n \approx 6{,}28 \cdot 6400\cancel{mm^2}.\frac{2fios}{\cancel{mm^2}} \approx 80.324 \approx 8 \cdot 10^4 fios\ de\ cabelo,$$

ou seja, é da ordem de grandeza de 10^5 fios de cabelo, pois $8 > \sqrt{10}$.

11) Estime a ordem de grandeza do comprimento (hipotético), em quilômetros, que teria uma fila retilínea composta por um mol de bolinhas de gude. Lembre-se de que um mol equivale a $6{,}02 \times 10^{23}$.

Suponhamos uma bolinha de gude com um diâmetro de 2cm. Daí teremos:

$$c = 2cm \times 6{,}02 \times 10^{23} = 12{,}02 \times 10^{23}\cancel{cm} \cdot \frac{1m}{100\cancel{cm}}$$

$$c \approx 12 \times 10^{21}m \approx 12 \times 10^{21}\cancel{m} \times \frac{1km}{1.000\cancel{m}} \approx 12 \times 10^{18}km = 1{,}2 \times 10^{19}km,$$

sendo a ordem de grandeza de $10^{19}km$, pois $1{,}2 < \sqrt{10}$.

Comparando: - Distância da Terra à Lua – $370.300\ km \sim 3{,}7 \times 10^5 km$

- Distância da Terra ao Sol – $149.600.000\ km \sim 1{,}5 \times 10^8 km$

- Diâmetro de nossa galáxia $\sim 10^{18}km$

Pode-se afirmar que, uma fileira com 1 mol de bolinhas de gude é 10 vezes maior que o diâmetro de nossa galáxia.

12) Estime a economia de energia elétrica mensal resultante da troca de uma lâmpada fluorescente por uma de *LED*, de mesma intensidade luminosa (*lumens*), em todas as residências do brasil.

Considerando que a população do Brasil em 2016 é de, aproximadamente, 200 milhões de habitantes, e 3 moradores por habitação, pode-se estimar que no país há cerca de 66 milhões de residências. As lâmpadas de *LED* consomem aproximadamente metade da energia de uma lâmpada fluorescente de mesma intensidade luminosa, portanto uma lâmpada de *LED* de 9W poderia substituir uma fluorescente de 18W. Supondo que se troque uma lâmpada de um cômodo que mais se utilize (sala ou cozinha), e que se mantenha essa lâmpada acesa 4 horas por dia, pode se obter a economia de energia como segue:

$$E = [9\cancel{W} \cdot 4\,h\ \cdot 30] \cdot 66.000.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 71.280.000\ kWh = 71{,}28\ GWh$$

Considerando que essas lâmpadas fiquem ligadas todas ao mesmo tempo, teríamos uma potência de $P = 9\cancel{W} \cdot 66.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 594.000\ kW \cong 594\ MW,$ 54% maior que a potência máxima da Usina termoelétrica Luiz Carlos Prestes, em Três Lagoas - MS, que tem potência instalada de 386 MW.

13) Estime a quantidade de átomos que seu corpo possui.

Considerando que 70% do corpo humano são formados por água, para nossa estimativa, vamos assumir que quantidade de átomos que o corpo humano possui é da mesma ordem de grandeza que a mesma massa de água.

De posse da tabela periódica, pode-se obter a massa molar da água somando-se a massa molar do Oxigênio (16g/mol) com a massa molar do Hidrogênio (1g/mol), então 1 mol de $\mathrm{H_2O}$ possui

$$16g\ + 2 \cdot 1g = 18g.$$

Supondo um estudante de massa 60 Kg, sua massa em gramas é

$$60\cancel{Kg} \cdot \frac{1.000g}{1\cancel{Kg}} = 60.000g.$$

Considerando-se que uma molécula de água possui 3 átomos, então seu corpo possui

$$60.000\cancel{g} \cdot \frac{1mol}{18\cancel{g}}.3\ átomos \approx 10.000\ mols\ de\ átomos.$$

Como 1mol equivale a $6{,}02 \cdot 10^{23}$, resulta em

$10.000\ átomos \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \approx 60.200 \cdot 10^{27} átomos \approx 6.10^{27} átomos,$

tem-se portanto que a ordem de grandeza é de 10^{28} átomos, pois $6 > \sqrt{10}$.

2.8 Aplicação do Pós-Teste:

Será aplicado ao término das atividades, para verificar como foi o aprendizado dos alunos, e comparado com o pré-teste.

Nos problemas abaixo, dê a resposta e explique como obteve em cada caso:

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.
4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)
5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

3.9 Resolução dos problemas propostos no pós-teste

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Assim como na questão 1 do pré-teste, pode-se estimar a altura de um prédio comparando-se a altura de cada andar com a altura de um aluno, ou com a altura da residência que ele habita. Espera-se uma estimativa de 3m por andar, totalizando 30 m.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

Para essa questão, espera-se que o aluno responda de modo análogo à questão 2 do pré-teste, sugerindo estimar utilizando a comparação com volumes menores ou uma balança de precisão.

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Considerando que o número de batimentos cardíacos por minuto varia de acordo com a idade, atividade física e condicionamento físico, assume-se uma média de 80 batimentos por minuto e estimando-se que se viva 70 anos, uma estimativa para este problema seria:

$$70\ anos \times 365\ dias \times 24\ h \times 60\ min \times 80\ batimentos/min$$
$$= 2.943.360.000\ batimentos \cong 3 \times 10^{9}\ batimentos$$

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)

Supondo-se que cada família tenha um consumo médio de 10.000 litros de água por mês. Considerando-se uma família com 4 pessoas, pode-se estimar:

$$10.000\ litros\ \times \frac{90.000}{4} = 225.000.000\ litros = 225.000\ m^{3}$$

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

Supondo-se que o candidato gaste 10 minutos para apresentar suas propostas, teríamos 6 visitas por hora, trabalhando 8 horas por dia, resultaria em 48 visitas diárias. Considerando a população de Paranavaí em torno de 90000 habitantes, e supondo-se que cada residência possua em torno de 4 pessoas, teríamos 22.500 residências. Assim, o candidato referido levaria $22.500 \div 48 \cong 469$ dias para visitar todas as residências do município.

3. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Optou-se por aplicar a sequência didática no Instituto Federal do Paraná – Campus Paranavaí em formato de minicurso, pois no IFPR não é ofertada a disciplina de Física no primeiro ano do Ensino Médio, por se tratar de Ensino Médio Técnico. Dessa forma, desenvolvemos as atividades com alunos de faixa etária própria da série, com pouco, ou quase nenhum conhecimento em Física, bem próximo às condições que teríamos no início do ano letivo de uma turma de primeiro ano do Ensino Médio regular.

Realizado em três encontros, no período vespertino, nos dias 10/05/2016, 17/05/2016 e 24/05/2016, totalizando 10 horas/aula, foram ofertadas 40 vagas aos alunos dos primeiros anos dos cursos técnicos integrados ao Ensino Médio em Agroindústria, Informática e Eletromecânica, selecionados por ordem de inscrição. Das 40 vagas ofertadas, somente 30 foram preenchidas, sendo que, apenas 22 alunos concluíram o minicurso.

Inicialmente, fez-se uma explanação aos alunos dos objetivos do minicurso, buscando conceituar o significado de uma estimativa e como motivação, discutiu-se o Paradoxo de Fermi, de uma maneira resumida, adequada aos alunos do Ensino Médio. Na sequência, procurou-se justificar a necessidade de se saber realizar estimativas antes mesmo de realizar cálculos mais complexos. Na sequência, aplicou-se o pré-teste, com o objetivo de avaliar o conhecimento prévio do aluno, e que estratégias utilizavam para resolver problemas de estimativas.

Ainda no primeiro dia de minicurso, as questões do pré-teste foram resolvidas com os alunos, sempre questionando sobre a forma como pensaram para resolvê-lo. No segundo e terceiro dia procedeu-se a resolução dos demais problemas listados na secção anterior, de modo que um problema por vez era proposto aos alunos, com liberdade para que trabalhassem em grupo. Alguns dados necessários para realizar estimativas, os alunos poderiam pesquisar na *internet*, como tabela periódica, população da cidade, constante de Avogadro, etc. Assim que a maioria obtinha a resposta, questionava-se a turma sobre como chegaram à solução e escolhia-se uma para expor à turma no quadro branco. No final do terceiro dia, aplicou-se o pós-teste.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerando-se a subjetividade na análise dos dados levantados, adotamos uma abordagem qualitativa de pesquisa por sua abrangência quanto às formas de análise dos resultados.

Segundo Garnica (2004) a pesquisa qualitativa não visa à generalização de seus resultados. Caracteriza-se pelo desejo de compreender determinado fenômeno que ocorre em sala de aula, não se estabelecendo uma hipótese cujo objetivo seja comprovar ou refutar, e também pela não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas experiências e perspectivas.

4.1 Análise das Respostas dos Estudantes

Para avaliar a aprendizagem dos estudantes, optou-se por utilizar dois questionários: o que chamamos de pré-teste e o pós-teste.

Ausubel propõe que, ao se procurar evidências de compreensão significativa, o ideal é utilizar questões que sejam novas para o educando, ou pelo menos que sejam enunciadas de uma maneira diferente da que foi trabalhada no material didático. Nesse contexto, ao elaborar as questões para o pré-teste e pós-teste, procurou-se escolher questões que tivessem o mesmo grau de dificuldade, porém enunciadas de maneira diferente, evitando avaliar apenas aprendizagem mecânica, decorrente da memorização da resolução de algum problema.

Como se tratam de estimativas, muitas vezes não é possível afirmar se uma resposta está certa ou errada, porém pode-se analisar se uma estimativa está boa ou ruim, se o raciocínio utilizado pelo estudante está coerente ou não, ou se o aluno interpretou corretamente o que o enunciado do problema exigiu.

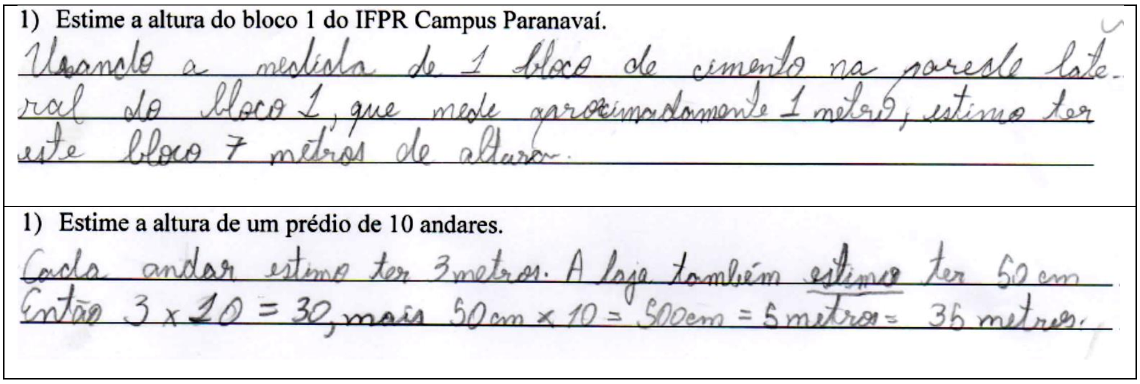
4.11 Análise das respostas da questão 1:

Questão 1 (pré-teste): Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.
Questão 1 (pós-teste): Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Ao propor estas questões, esperava-se que os estudantes comparassem a altura dessas edificações com medidas conhecidas, como por exemplo, sua própria altura, a altura de suas residências ou da sala de aula que estudam. Dessa forma esse conceito já existente na sua estrutura cognitiva (medida em metros de sua altura) serviria de subsunçor para ancorar um novo conceito, altura de uma construção ou edifício.

Nestas questões, verifica-se que tanto no pré-teste quanto no pós-teste, a maior parte dos alunos respondeu de maneira coerente.

Dos 19 estudantes avaliados, sete fizeram boas estimativas para as duas questões (A1, A5, A7, A9, A11, A12, A16) como se observa nas respostas do estudante A1 (Figura 8).


1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Usando a medida de 1 bloco de cimento na parede lateral do bloco 1, que mede aproximadamente 1 metro, estimo ter este bloco 7 metros de altura.

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

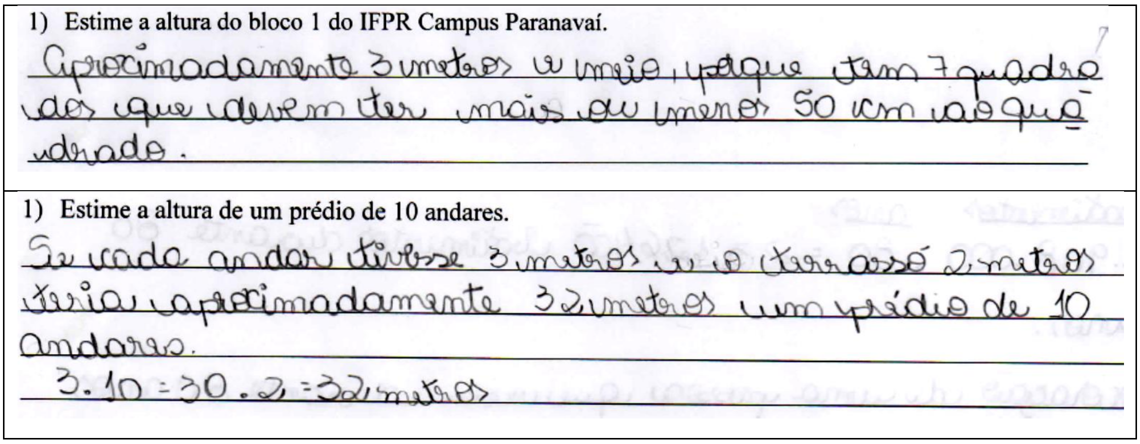
Cada andar estimo ter 3 metros. A laje também estimo ter 50 cm
Então 3 x 10 = 30, mais 50 cm x 10 = 500cm = 5 metros = 35 metros.

Figura 5 – Respostas do estudante A1 – Questão 1 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Em suas respostas, comparou a altura do bloco 1 com a altura de cada uma das placas de concreto pré-moldado, que compõem sua face frontal. Já o prédio, estimou a altura de cada andar em três metros, ao considerar a espessura da laje de cada andar, nota-se que o estudante estabeleceu hipóteses que não havia estabelecido na estimativa do pré-teste, hipóteses sugeridas no desenvolvimento do minicurso.

Os estudantes A2, A3, A4, A8, A15 e A18 fizeram estimativas melhores no pós-teste que no pré-teste, como por exemplo, na resposta do estudante A3 (Figura 9).


1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Aproximadamente 3 metros e meio, porque tem 7 quadrados que devem ter mais ou menos 50 cm cada quadrado.

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Se cada andar tivesse 3 metros e o terraço 2 metros teria aproximadamente 32 metros um prédio de 10 andares.
3.10 = 30 . 2 = 32 metros

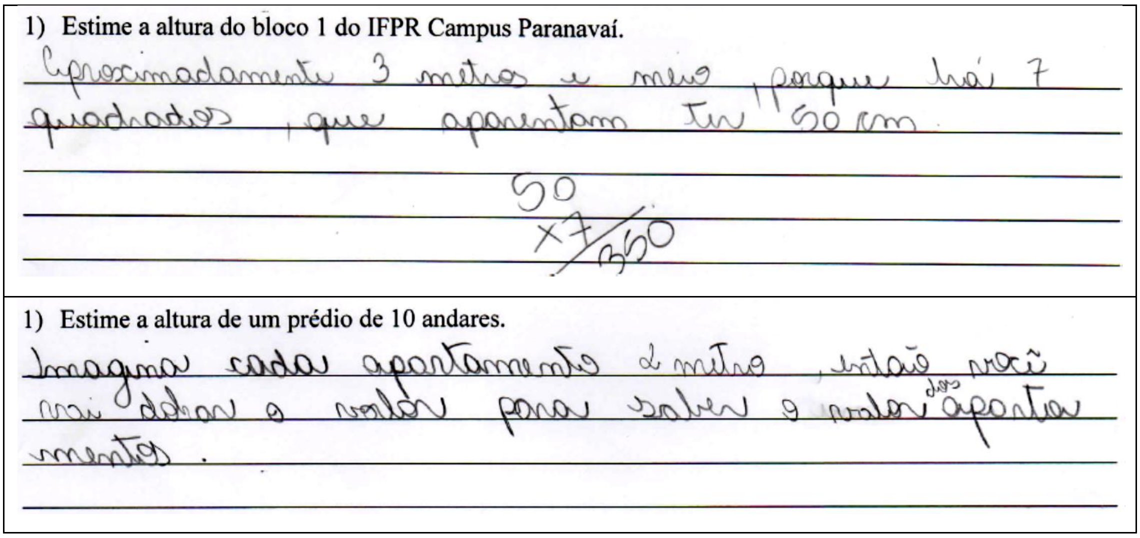
Figura 6 – Respostas do estudante A3 – Questão 1 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Em suas respostas, o estudante A3 estimou a altura do bloco 01 do IFPR em 3,5m. Tendo em vista que se trata de uma construção de dois andares que fica próxima, e dá para vê-la da sala de aula, a estimativa poderia ser melhor. Já no pós-teste a estimativa foi melhor, considerando que não temos nenhum prédio próximo ao IFPR, a medida estimada é bem próxima da maioria dos prédios residenciais.

Já os estudantes A6, A13, e A19 não apresentaram melhora nas estimativas realizas no pré-teste e no pós-teste, como se pode observar na resolução do estudante A6 (Figura 10).

4



1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Aproximadamente 3 metros e meio, porque há 7 quadrados, que aparentam ter 50 cm.

50
×7
350

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

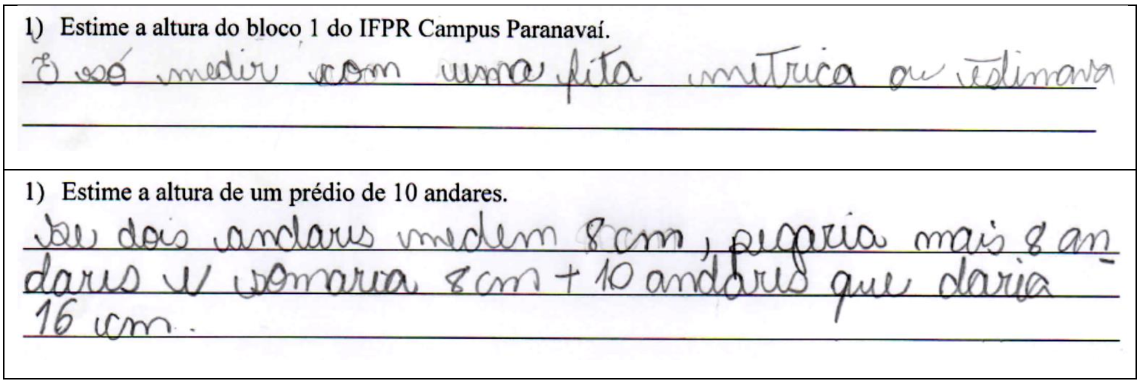
Imagina cada apartamento 2 metro, então você vai dobrar o valor para saber o valor dos apartamentos.

Figura 7 – Respostas do estudante A6 – Questão 1 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

O estudante A6, embora, aparentemente, tenha interpretado o enunciado das questões, não fez estimativas melhores ao término do minicurso, o que nos leva a crer que o sistema métrico decimal não está bem definido na sua estrutura cognitiva, talvez o aluno tenha o conhecimento teórico, porém na prática, não o tenha utilizado. No pós-teste, entende-se o “dobrar” como o produto de $2m \cdot (10\ andares)$.

Os estudantes A10, A14 e A17, não entenderam o enunciado do pré-teste, ou não tinham o conceito de estimativa. Já no pós-teste, fizeram uma estimativa, porém demonstrando que não tinham domínio do sistema métrico decimal, como pode-se observar na resposta do estudante A10 (Figura 11).


1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

É só medir com uma fita métrica ou estimaria

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Se dois andares medem 8cm, pegaria mais 8 andares e somaria 8cm + 10 andares que daria 16 cm.

Figura 8 – Respostas do estudante A10 – Questão 1 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

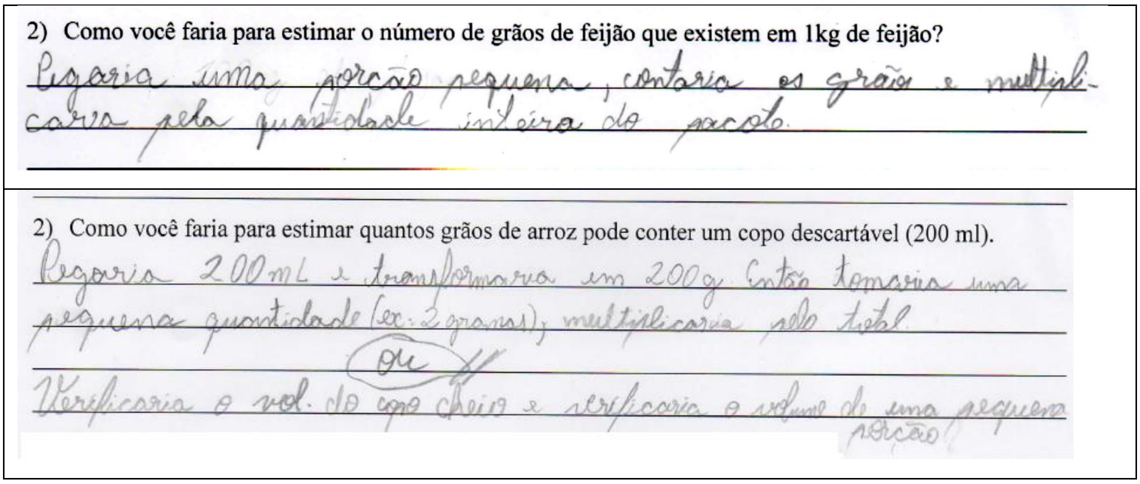
4.12 Análise das respostas da questão 2:

Questão 2 (pré-teste): Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Questão 2 (pós-teste): Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

Nestes problemas, procura-se identificar se aluno conhece algum método para estimar uma quantidade palpável, a qual se pode retirar uma amostra e comparar com o todo. Uma solução seria retirar uma porção menor, contá-la e comparar com o volume total. Outro modo é, com o auxílio de uma balança de precisão, medir a massa de uma certa quantidade de grãos de feijão, e daí comparar com o todo.

Dos 19 estudantes que participaram do minicurso, apenas oito demonstraram ter interpretado corretamente o enunciado do problema. Os estudantes A1, A2, A5, A7, A8, A10, A11 e A12, responderam de forma coerente à questão 2 do pré-teste e do pós-teste, além disso, notou-se ligeira melhoria na argumentação, como pode-se observar na resposta do estudante A1 (Figura 12).


2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Pegaria uma porção pequena, contaria os grãos e multiplicaria pela quantidade inteira do pacote.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

Pegaria 200mL e transformaria em 200g. Então tomaria uma pequena quantidade (ex: 2 gramas), multiplicaria pelo total

ou

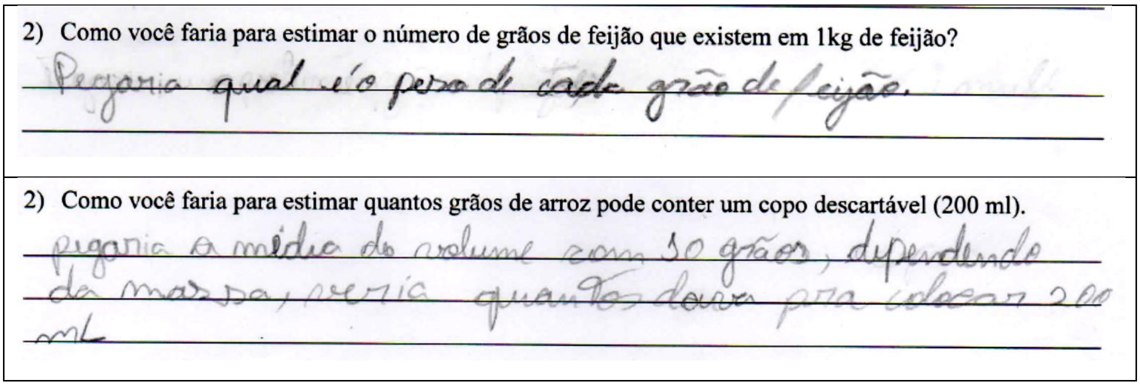
Verificaria o vol. do copo cheio e verificaria o volume de uma pequena porção

Figura 9 – Respostas do estudante A1 – Questão 2 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

No pré-teste, o estudante A1 sugere considerar uma porção pequena, contar e comparar as massas, enquanto que no pós-teste, além disso, sugere comparar os volumes de uma porção pequena com o todo, o que nos leva a crer que houve aquisição de novos conceitos, uma vez que acrescentou hipóteses para realizar a estimativa.

E também na resposta de A11 (Figura 13), que no pós-teste, embora tenha confundido massa e volume, sugeriu considerar a média do volume de 10 grãos de arroz para comparar com o volume todo.


2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Pegaria qual é o peso de cada grão de feijão.

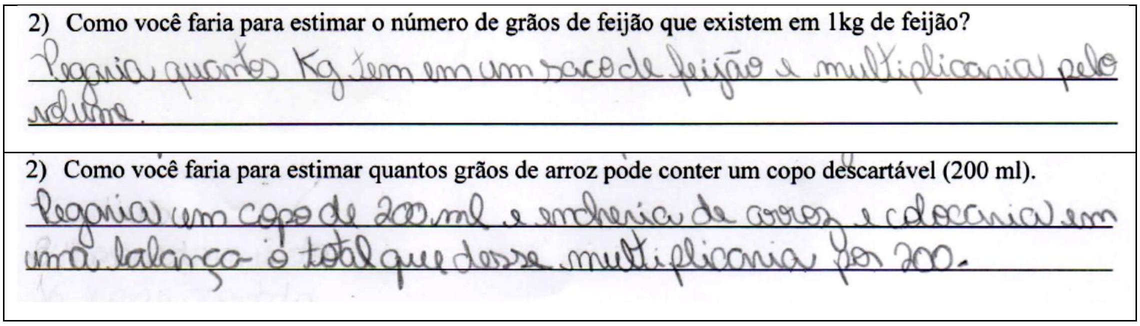
2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

pegaria a média do volume com 10 grãos, dependendo da massa, veria quantos daria pra colocar 200 mL

Figura 10 – Respostas do estudante A11 – Questão 2 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Já os estudantes A3, A4, A6, A9 e A13 ao A19, não apresentaram uma solução coerente tanto para o pré-teste quanto para o pós-teste, como se pode observar nas respostas do estudante A14 (Figura 14).



2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Pegaria quantos Kg tem em um saco de feijão e multiplicaria pelo volume.

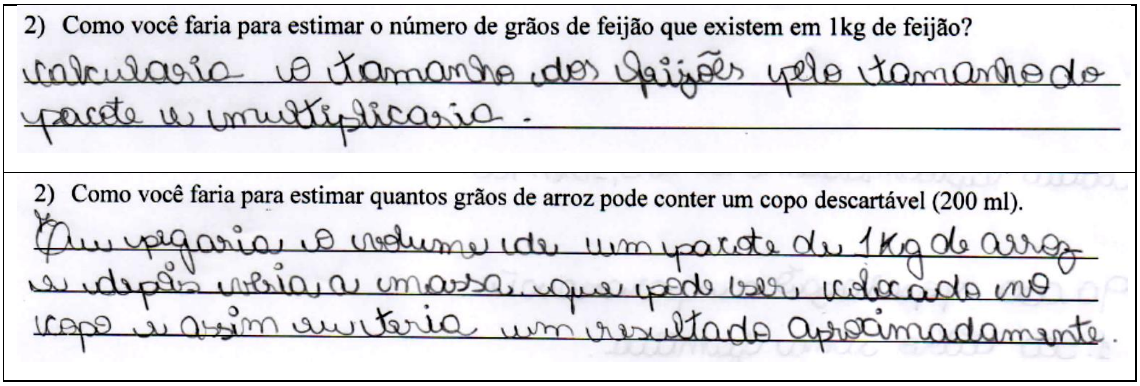
2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

Pegaria um copo de 200 ml e encheria de arroz e colocaria em uma balança o total que desse multiplicaria por 200.

Figura 11 – Respostas do estudante A14 – Questão 2 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

E, também nas respostas do estudante A3 (Figura 15).



2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

calcularia o tamanho dos feijões pelo tamanho do pacote e multiplicaria.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

Eu pegaria o volume de um pacote de 1Kg de arroz e depois veria a massa, que pode ser colocado no copo e assim eu teria um resultado aproximadamente.

Figura 12 – Respostas do estudante A3 – Questão 2 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Esse grupo de alunos respondeu de madeira bastante confusa, talvez pela dificuldade de se expressar, por não saber como realizar tal estimativa, ou por realmente não interpretarem o enunciado do problema.

4.13 Análise das respostas da questão 3:

Questão 3 (pré-teste): Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Questão 3 (pós-teste): Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Ao propor estes problemas, espera-se que os estudantes estabeleçam diversas hipóteses antes de realizar os cálculos necessários. Quanto maior for o número de hipóteses a se considerar, melhor será a estimativa.

No pré-teste pode-se estimar quanto uma pessoa come por dia, incluindo café da manhã, almoço, jantar e eventualmente, lanches e frutas. Multiplica-se o valor obtido pelo número de dias que se viveu em 70 anos, e ainda, pode-se levar em conta que uma pessoa se alimenta com uma quantidade menor de alimento enquanto criança. Quanto maior for o número de hipóteses a se considerar, melhor será a estimativa.

Uma resposta simples pode ser obtida considerando que, ao longo da vida, uma pessoa comeu em média 1,5kg de comida por dia e, considerando um ano com 365 dias, tem-se que essa pessoa viveu em dias.

$$70\ \cancel{anos} \cdot \frac{365\ dias}{1\ \cancel{ano}} = 25.550\ dias.$$

Multiplica-se o resultado obtido pela quantidade diária de alimento que foi estimado e obtêm-se

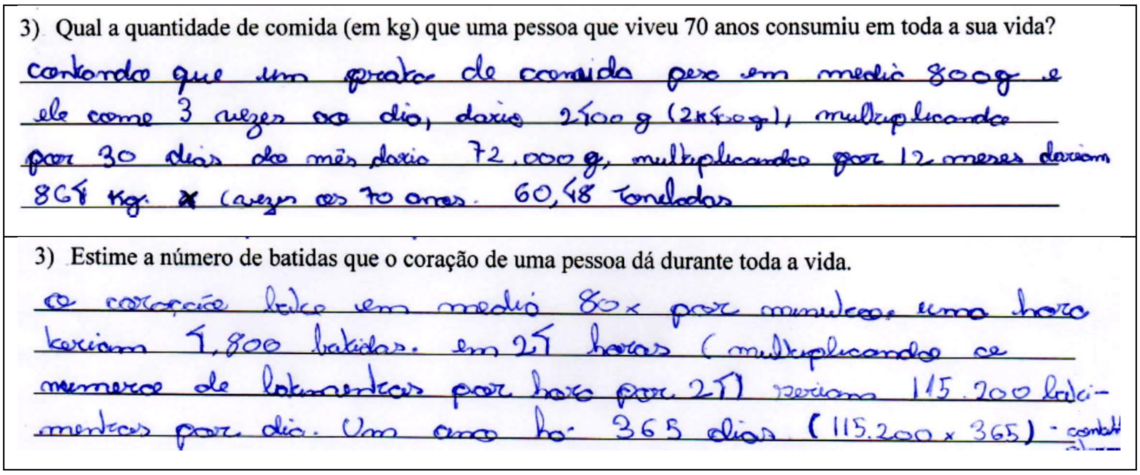
$$25.550\ \cancel{dias} \cdot \frac{1{,}5kg}{\cancel{dia}} = 38.325\ kg \cong 38\ toneladas.$$

No pós-teste, pode-se estimar a média de batimentos cardíacos e para isso, fez-se uma pausa durante a aplicação do pós-teste para discutir a frequência cardíaca e como o número de batimentos cardíacos por minuto varia de acordo com a idade, atividade física e condicionamento físico.

Uma estimativa para este problema seria:

$$70\ anos \times 365\ dias \times 24\ h \times 60\ min \times 80 batimentos/min$$
$$= 2.943.360.000\ batimentos \approx 3 \times 10^9 batimentos$$

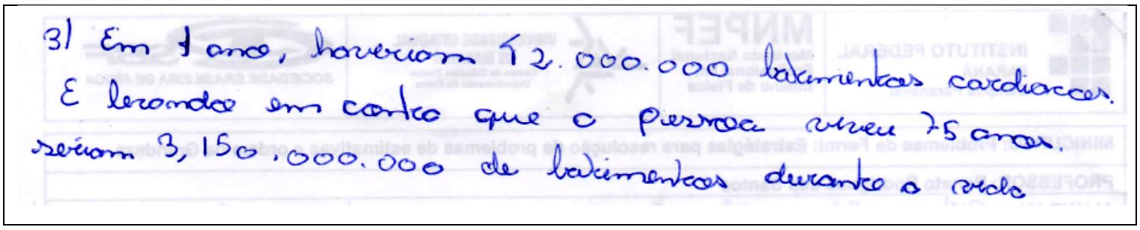
Dos estudantes que participaram do estudo, A1, A5, A7, A8, A11 e A16 realizaram boas estimativas como se pode observar na resposta do estudante A5 (Figura 16).


3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

contando que um prato de comida pesa em médio 800g e ele come 3 vezes ao dia, daria 2400 g (3x800g), multiplicando por 30 dias do mês daria 72.000 g, multiplicando por 12 meses daria 864 kg. x (vezes) os 70 anos. 60,48 toneladas

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

o coração bate em médio 80x por minuto, uma hora seriam 4.800 batidas. em 24 horas (multiplicando o numero de batimentos por hora por 24) seriam 115.200 batimentos por dia. Um ano há 365 dias (115.200 x 365) · contin

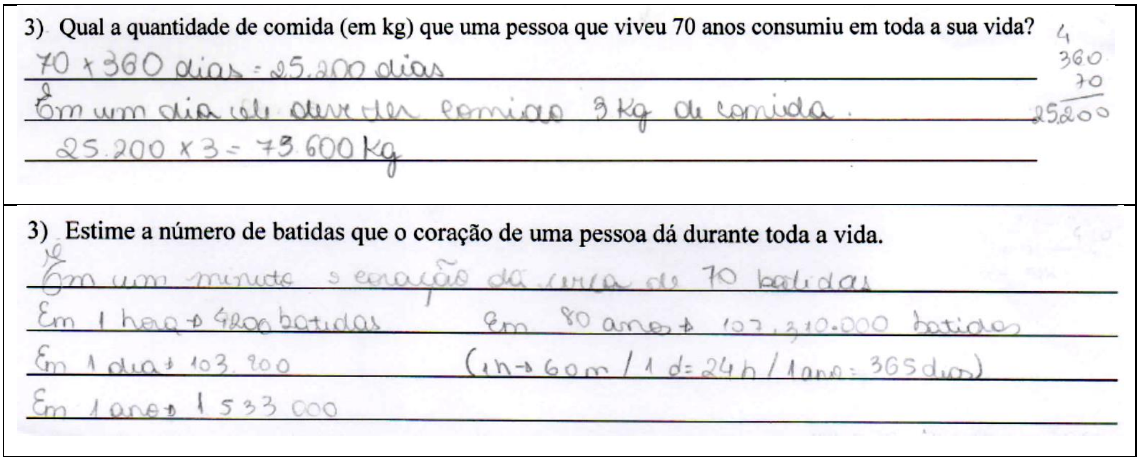


3) Em 1 ano, haveriam 42.000.000 batimentos cardíacos.
E levando em conta que a pessoa viveu 75 anos,
seriam 3,150.000.000 de batimentos durante a vida

Figura 13 – Respostas do estudante A5 – Questão 3 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Já os estudantes A4, A15 e A19, tiveram dificuldades com os cálculos no pós-teste, como pode observar-se na resolução do estudante A4 (Figura 17), que respondeu corretamente a questão do pré-teste e embora tenha anotado corretamente os dados necessários para realizar a estimativa, não obteve êxito nos cálculos.



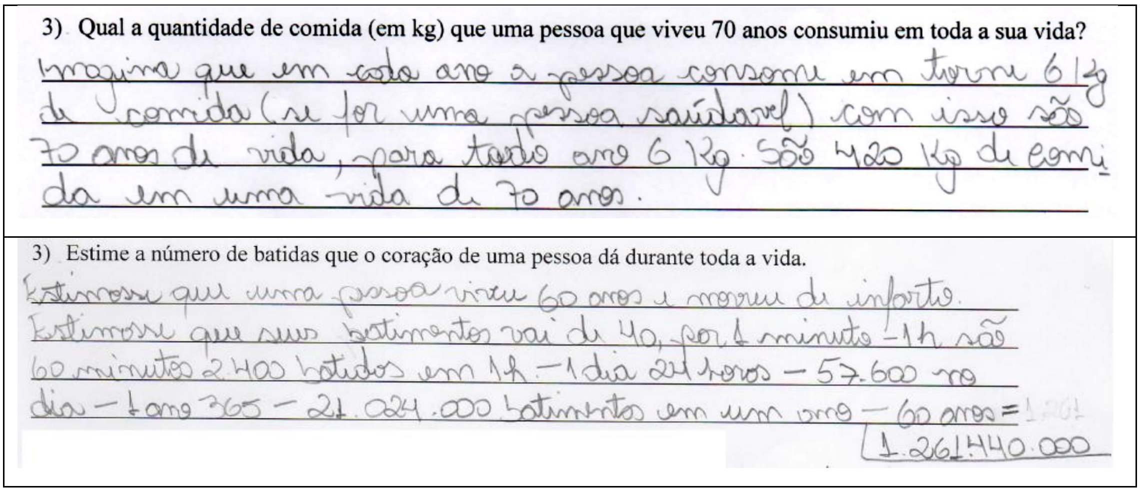
3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?
70 x 360 dias = 25.200 dias
Em um dia ele deve ter comido 3 kg de comida.
25.200 x 3 = 73.600 kg
4
360
70
25200

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.
Em um minuto o coração dá cerca de 70 batidas
Em 1 hora → 4200 batidas
Em 1 dia → 103.200
Em 1 ano → 1 533 000
Em 80 anos → 107.310.000 batidas
(1h → 60m / 1 d = 24h / 1ano = 365 dias)

Figura 14 – Respostas do estudante A4 – Questão 3 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Os estudantes A2 e A3 não fizeram boas estimativas no pré-teste, porém mostraram evolução na forma de organizar os dados e tecer hipóteses no pós-teste, como se pode observar nas respostas do estudante A2 (Figura 18):


3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Imagina que em cada ano a pessoa consome em torno 6 kg de comida (se for uma pessoa saúdavel) com isso são 70 anos de vida, para todo ano 6 Kg. São 420 Kg de comida em uma vida de 70 anos.

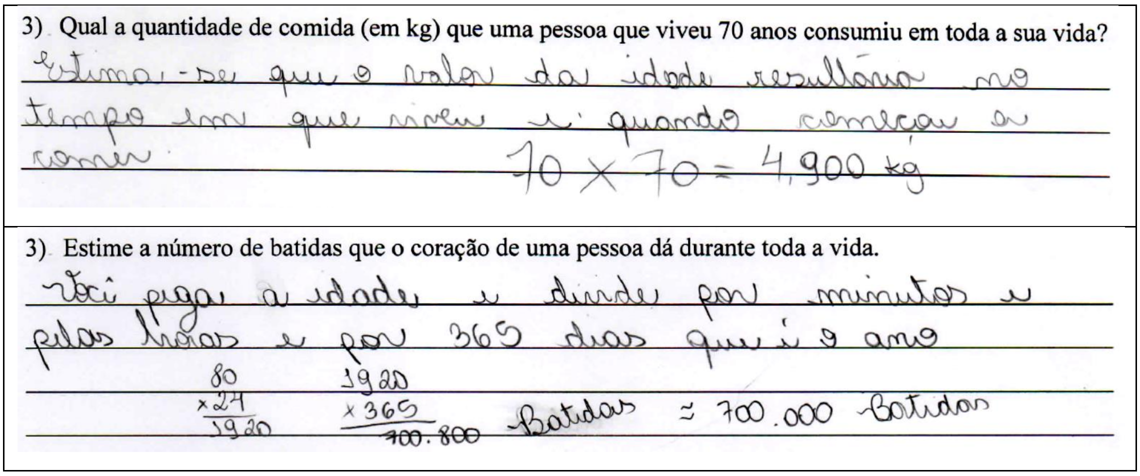
3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Estimasse que uma pessoa viveu 60 anos e morreu de infarto. Estimasse que seus batimentos vai de 40, por 1 minuto - 1h são 60 minutos 2.400 batidos em 1h - 1 dia 24 horas - 57.600 no dia - 1 ano 365 - 21.024.000 batimentos em um ano - 60 anos = 1.261.440.000

Figura 15 – Respostas do estudante A2 – Questão 3 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Já os estudantes A6, A9, A10, A12, A13, A14, A17 e A18 apresentaram dificuldade na resolução dessas questões, uma vez que não conseguiram relacionar as unidades de tempo (anos, dias, horas e minutos) necessárias para realizar essa estimativa, se como pode observar na resolução do estudante A6 (Figura 19).


3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Estima-se que o valor da idade resultará no tempo em que viveu e quando começou a comer. 70 × 70 = 4.900 kg

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Você pega a idade e divide por minutos e pelas horas e por 365 dias que é o ano

80 × 24 = 1920   1920 × 365 = 700.800 Batidas ≈ 700.000 Batidas

Figura 16 – Respostas do estudante A6 – Questão 3 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

4.14 Análise das respostas da questão 4:

Questão 4 (pré-teste): Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Questão 4 (Pós-teste): Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Para esta questão, foi informado aos estudantes que a população de Paranavaí é cerca de 90.000 habitantes).

Esse tipo de problema torna-se interessante à medida que desperta a consciência do educando para os maiores problemas do nosso século: consumo dos recursos naturais e produção de lixo. Ao propor esses problemas, espera-se que os estudantes associem a população de seu município, com o consumo de recursos naturais e produção de lixo.

No pré-teste pode-se supor que em Paranavaí exista um carro para cada 4 pessoas. Com aproximadamente 90.000 habitantes, tem-se

$$90.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{1\ carro}{4\ \cancel{habitantes}} = 22.500\ carros.$$

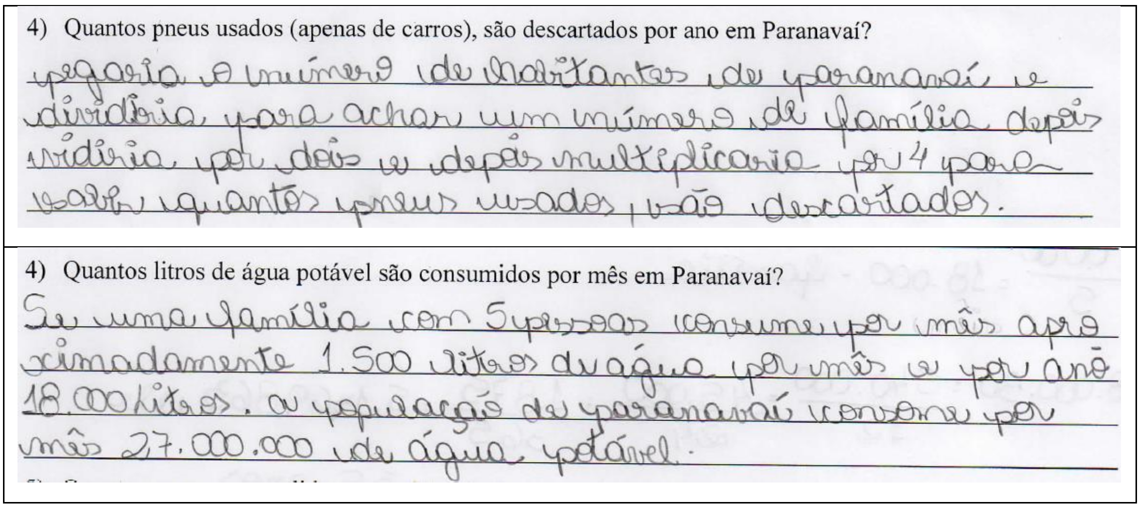
Considerando-se que cada carro possui 4 pneus, faz-se necessário estimar o desgaste desses pneus. Supondo-se uma troca a cada 4 anos, seriam descartados

$$22.500\ \cancel{carros} \cdot \frac{4\ pneus}{\cancel{carro}} . \frac{1}{4\ ano} = 22.500\ pneus/ano.$$

No pós-teste, pode-se supor que cada família tenha um consumo médio de 10.000 litros de água por mês. Considerando uma família com 4 pessoas, pode-se estimar:

$$10.000\ litros \times \frac{90.000}{4} = 225.000.000\ litros = 225.000\ m^3$$

Dos estudantes que participaram do estudo, A1, A3, A5, A6, A7, A11 e A16 demonstraram que entenderam os enunciados e forneceram respostas coerentes, com boas estimativas, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Porém pode-se observar melhor clareza e segurança na resposta do pós-teste, como se pode observar na resposta do estudante A3 (Figura 20).


4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

pegaria o número de habitantes de paranavaí e dividiria para achar um número de família depois vidiria por dois e depois multiplicaria por 4 para saber quantos pneus usados, são descartados.

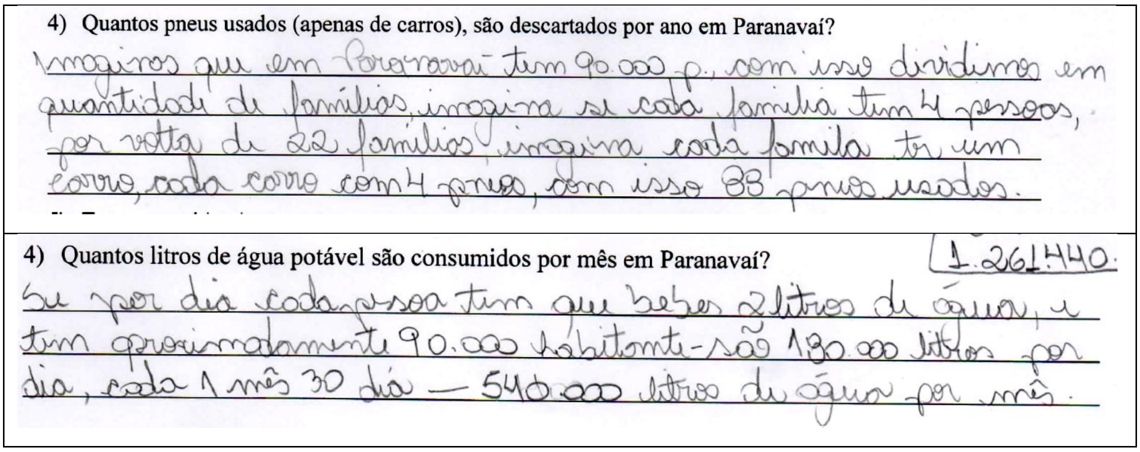
4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí?

Se uma família com 5 pessoas consume por mês aproximadamente 1.500 litros de água por mês e por anō 18.000 litros. a populacão de paranavaí consome por mês 27.000.000 de água potável.

Figura 17 – Respostas do estudante A3 – Questão 4 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Os estudantes A2, A13 e A15, apresentaram melhores estimativas no pós-teste, como se pode observar na resposta do estudante A2 (Figura 21), que considerou somente a quantidade de água que os habitantes bebem por mês.


4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Imaginos que em Paranavaí tem 90.000 p., com isso dividimos em quantidade de famílias, imagina se cada família tem 4 pessoas, por volta de 22 famílias, imagina cada famila ter um carro, cada carro com 4 pneus, com isso 88 pneus usados.

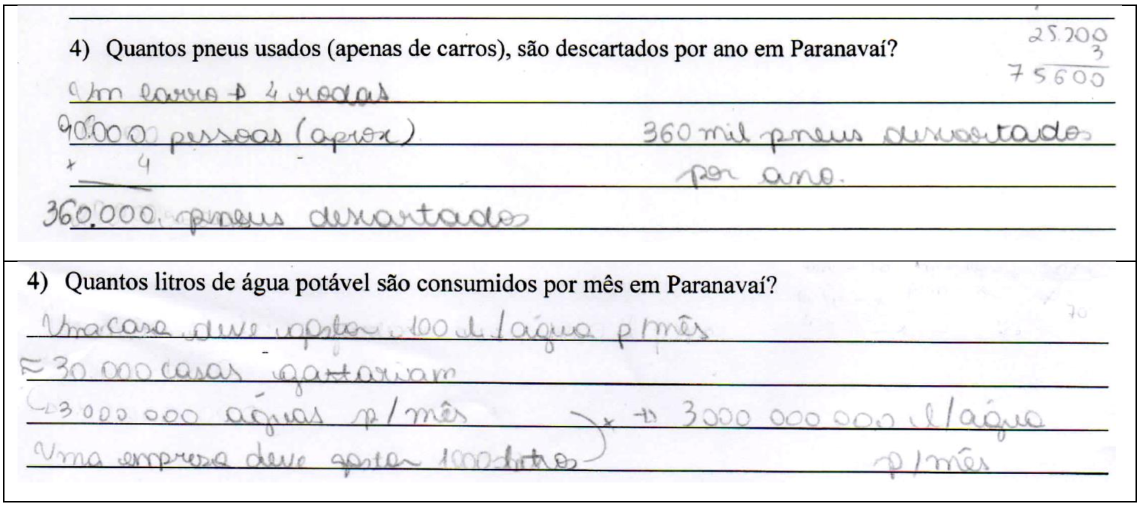
4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? 1.261440.

Se por dia cada pessoa tem que beber 2 litros de água, e tem aproximadamente 90.000 habitante - são 180.000 litros por dia, cada 1 mês 30 dia — 540.000 litros de água por mês.

Figura 18 – Respostas do estudante A2 – Questão 4 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Os estudantes A4, A8 e A18 demostraram dificuldades em lidar com grandes números, como se pode observar nas respostas do estudante A4 (Figura 22).


4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

25.200
3
75600

Um carro ⊕ 4 rodas
90.000 pessoas (aprox)
x 4
360.000 pneus descartados

360 mil pneus descartados por ano.

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí?

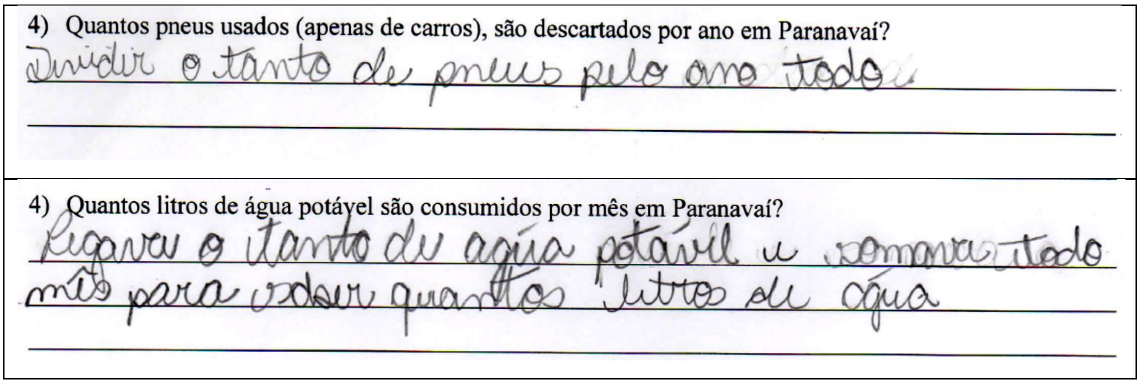
Uma casa deve gastar 100 L/água p/mês
≈ 30.000 casas gastariam
3 000 000 águas p/mês
Uma empresa deve gastar 1000 litros

+ 3000 000 000 l/água p/mês

Figura 19 – Respostas do estudante A3 – Questão 4 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Já os estudantes A9, A10, A12, A14, A17 e A19 não souberam responder ou não realizaram boas estimativas tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Talvez pela dificuldade na interpretação do problema, como se pode observar nas respostas do estudante A10 (Figura 23).


4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Dividir o tanto de pneus pelo ano todo.

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí?

Pegava o tanto de água potável e somava todo mês para saber quantos litros de água

Figura 20 – Respostas do estudante A10 – Questão 4 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

4.15 Análise das respostas da questão 5:

Questão 5 (pré-teste): Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Questão 5 (pós-teste): Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

Uma resposta para o pré-teste pode ser obtida supondo que cada profissional trabalhe 5 dias por semana durante 8 horas por dia e que cada habitante do município seja vacinado em 3 minutos. Assim temos que cada profissional deverá vacinar

$$\frac{90.000\ habitantes}{10\ profissionais} = 9.000\ habitantes/profissional\ da\ saúde.$$

Supondo-se que gaste em média 3 minutos para vacinar cada habitante, tem-se que cada profissional gastará:

$$9.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{3\ min}{1\ \cancel{habitante}} = 27.000\ minutos.$$

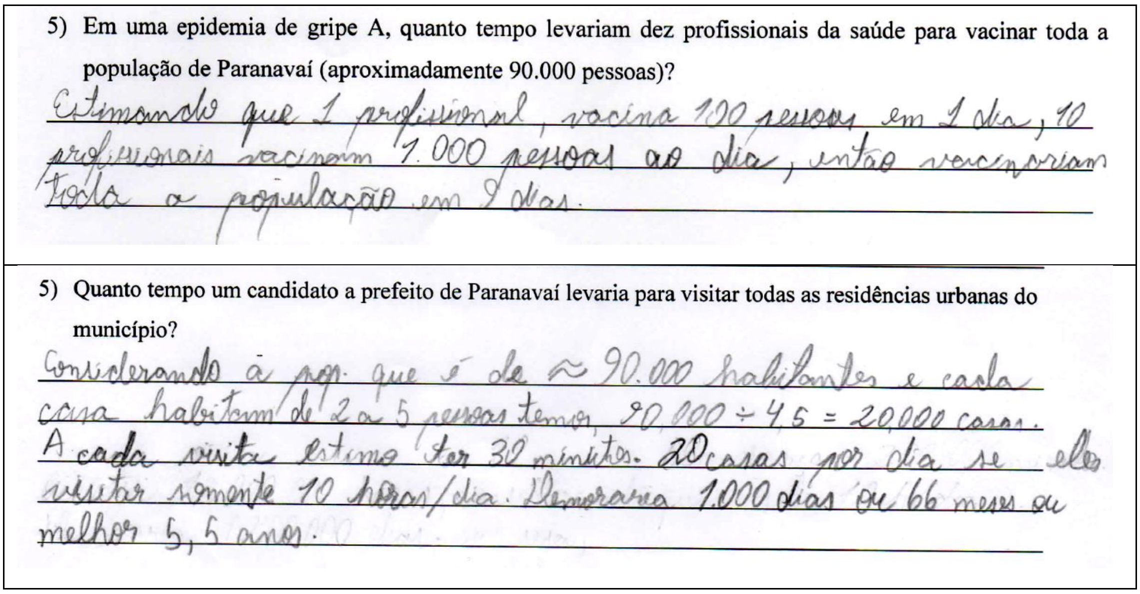
Considerando que se trabalhe 8 horas por dia, cada profissional trabalhará

$$27.000\ \cancel{min} \cdot \frac{1h}{60\ \cancel{min}} = 450\cancel{h}\,.\frac{1\ dia\ útil}{8\cancel{h}} \approx 56\ dias\ úteis.$$

O que nos dará aproximadamente 2 meses e meio de trabalho.

Para o pós-teste, supondo que o candidato gaste 10 minutos para apresentar suas propostas, teríamos 6 visitas por hora, trabalhando 8 horas por dia, resultaria em 48 visitas diárias. Considerando a população de Paranavaí em torno de 90.000 habitantes, e supondo-se que cada residência possua em torno de 4 pessoas, teríamos 22.500 residências. Assim, o candidato referido levaria $22.500 \div 48 \cong 469$ dias para visitar todas as residências do município.

Dos estudantes que participaram do estudo, A1, A5, A7, A11 e A16 fizeram boas estimativas tanto para o pré-teste quanto para o pós-teste, porém novamente observa-se no pós-teste a inserção de novas hipóteses, como se pode observar na resposta do estudante A1 (Figura 24).


5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Estimando que 1 profissional, vacina 100 pessoas em 1 dia, 10 profissionais vacinam 1.000 pessoas ao dia, então vacinariam toda a população em 9 dias.

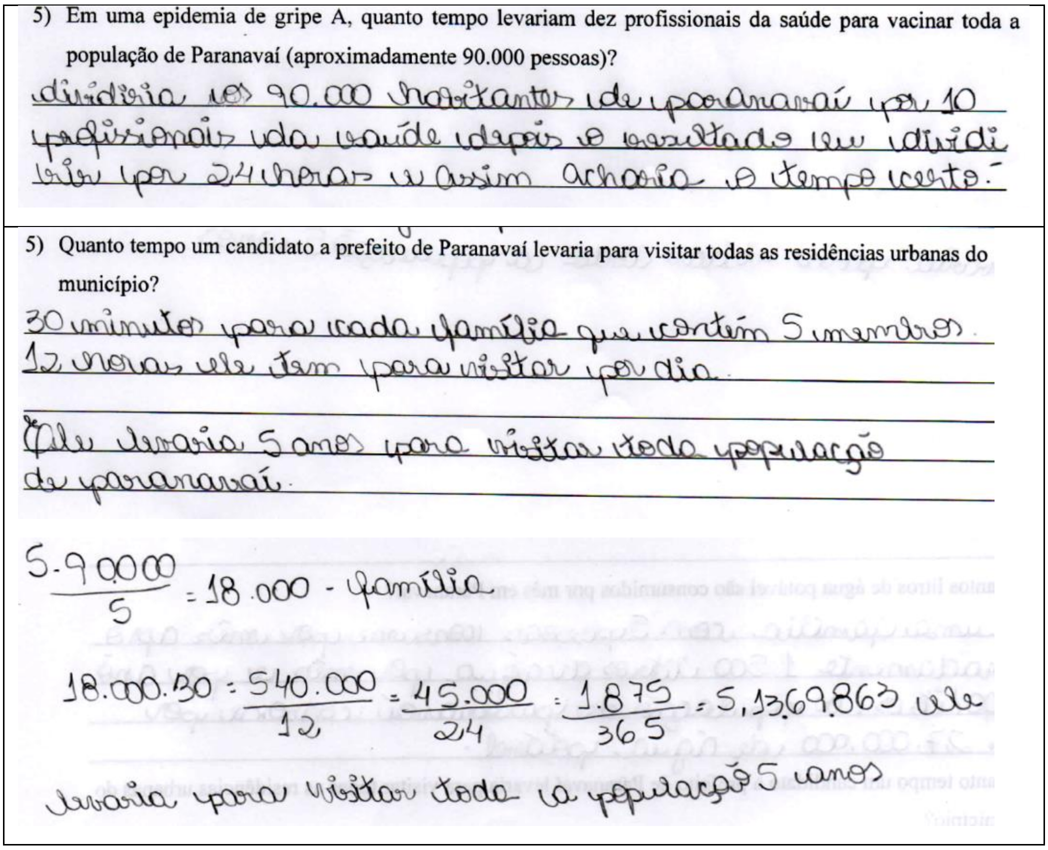
5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

Considerando à pop. que é de ≈ 90.000 habitantes e cada casa habitam de 2 a 5 pessoas temos 90.000 ÷ 4,5 = 20.000 casas. A cada visita estimo ter 30 minutos. 20 casas por dia se ele visitar somente 10 horas/dia. Demoraria 1.000 dias ou 66 meses ou melhor 5,5 anos.

Figura 21 – Respostas do estudante A1 – Questão 5 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Os estudantes A2, A3, A4, A8, A12, A13 e A15 forneceram melhores respostas ou fizeram melhores estimativas no pós-teste, como se pode observar nas respostas do estudante A3 (Figura 25), que no pré-teste fornece uma resposta incompleta e no pós-teste, estima o número de residências em Paranavaí, estima o tempo gasto em uma visita, calcula o tempo total em minutos, porém tem dificuldade em transformar a unidade de tempo para meses ou anos.



5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

dividiria os 90.000 habitantes de paranavaí por 10 profissionais da saúde depois o resultado eu dividiria por 24 horas e assim acharia o tempo certo.

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

30 minutos para cada família que contém 5 membros. 12 horas ele tem para visitar por dia.

Ele levaria 5 anos para visitar toda população de paranavaí.

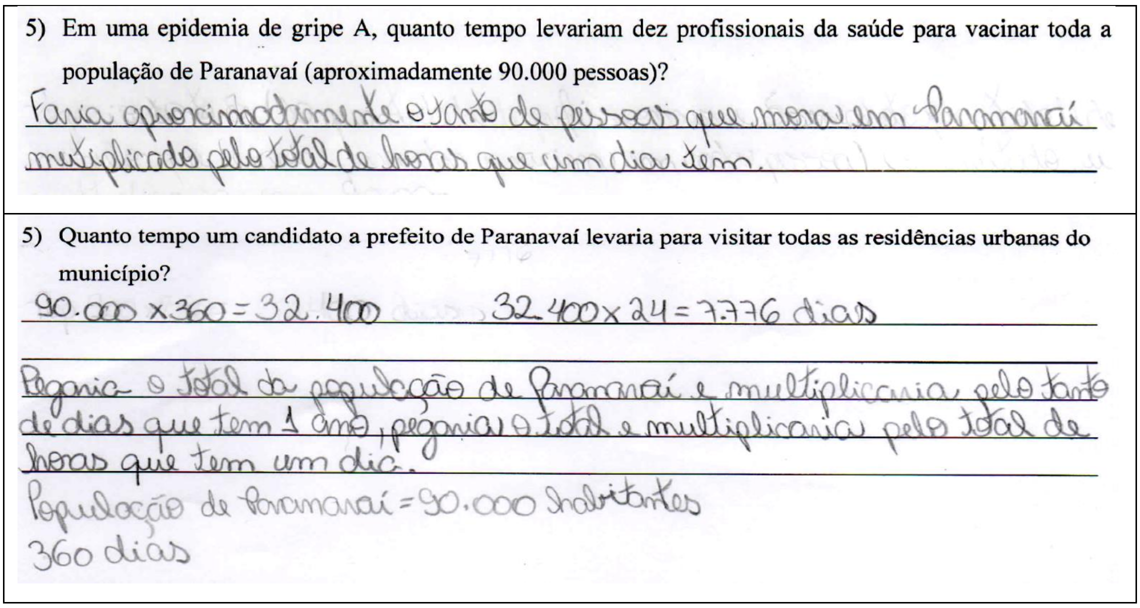
$\frac{5.90000}{5} = 18.000$ - família

$18.000.30 = \frac{540.000}{12} = \frac{45.000}{24} = \frac{1.875}{365} = 5,1369863$ ele levaria para visitar toda a população 5 anos

Figura 22 – Respostas do estudante A3 – Questão 5 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Já os estudantes A6, A10, A14, A17, A18 e A19 não realizaram boas estimativas tanto no pré-teste quanto no pós-teste, como se pode observar nas respostas do estudante A14 (Figura 26), que desenvolveu um raciocínio que não resolve o problema em ambos os testes, realizando operações incoerentes com os dados do enunciado.



5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Faria aproximadamente o tanto de pessoas que moram em Paranavaí multiplicado pelo total de horas que um dia tem.

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

90.000 x 360 = 32.400 32.400 x 24 = 7.776 dias

Pegaria o total da população de Paranavaí e multiplicaria pelo tanto de dias que tem 1 ano, pegaria o total e multiplicaria pelo total de horas que tem um dia.

População de Paranavaí = 90.000 habitantes

360 dias

Figura 23 – Respostas do estudante A14 – Questão 5 do pré-teste e pós-teste

Fonte: O autor

Para sintetizar os dados da pesquisa classificou-se e se organizou em uma tabela (Tabela 1) as respostas dos educandos em três categorias: Satisfatória (S), parcialmente satisfatória (P) e insatisfatória (I).

Tabela 1 – Classificação das respostas dos estudantes

Aluno	Q1 Pré	Q1 Pós	Q2 Pré	Q2 Pós	Q3 Pré	Q3 Pós	Q4 Pré	Q4 Pós	Q5 Pré	Q5 Pós
A1	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A2	P	S	S	S	I	S	I	S	I	S
A3	P	S	I	I	I	P	I	S	I	P
A4	P	S	I	I	S	P	I	P	I	S
A5	S	S	P	S	S	S	S	S	S	S
A6	P	I	I	I	I	I	I	P	I	I
A7	S	S	P	S	S	S	S	S	S	S
A8	P	S	S	S	S	S	I	P	P	S
A9	S	S	I	I	I	I	I	I	P	P
A10	I	I	P	P	I	I	I	I	I	I
A11	S	S	P	S	S	S	S	S	S	S
A12	S	S	P	S	I	I	I	P	I	S
A13	P	P	I	I	I	I	I	I	I	P
A14	I	P	I	I	I	I	I	P	I	P
A15	P	S	I	I	S	P	I	S	I	S
A16	S	S	I	I	S	S	S	S	S	S
A17	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
A18	I	P	I	I	I	I	P	P	I	I
A19	P	P	I	P	S	P	I	I	P	P

Fonte: O autor

De posse dos dados da Tabela 1, apresenta-se no gráfico da Figura 27 uma síntese da evolução das respostas dos estudantes, no qual se observa que em todas as questões houve um número significativo de alunos que forneceram melhores respostas no pós-teste que no pré-teste, um indício de que sua aprendizagem foi significativa.

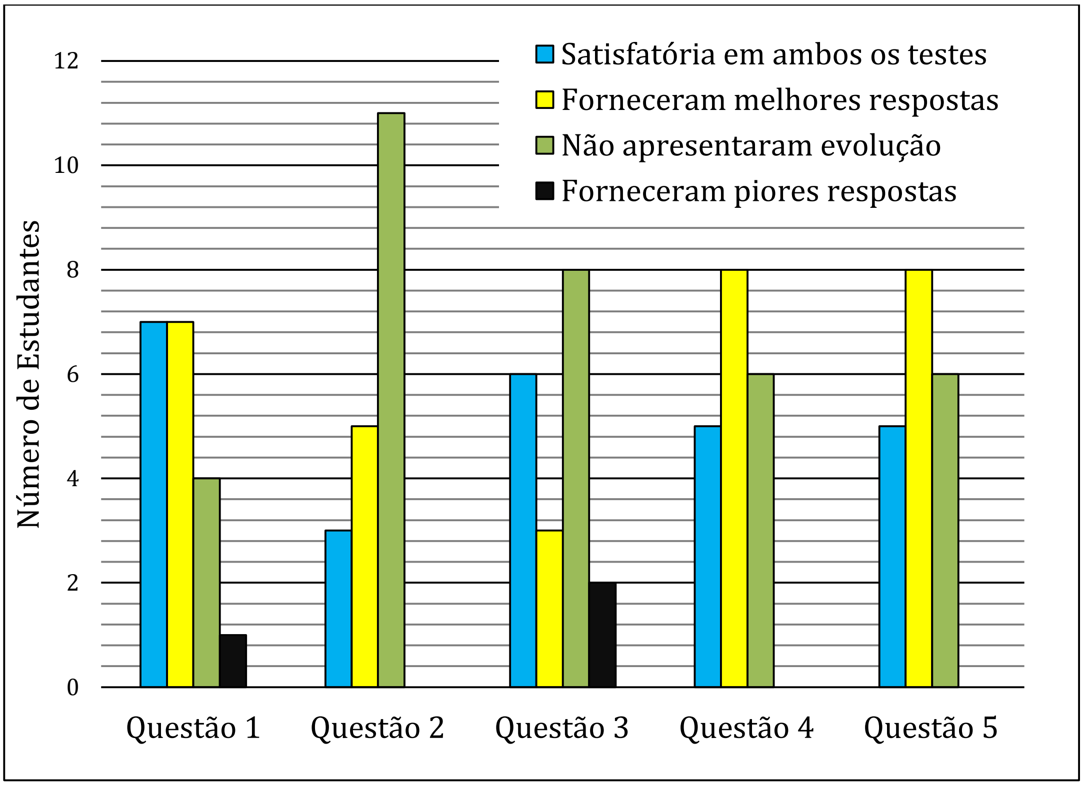


Figura 24 – Gráfico da Evolução das Respostas dos Estudantes

Fonte: O autor

Essa pesquisa buscou fornecer subsídios ao professor para introduzir os problemas de estimativas (estimativas de Fermi) no Ensino de Física e, para tanto, aplicamos uma série de problemas em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, dos quais foram analisadas as respostas dos estudantes à luz da teoria da aprendizagem significativa, de David Ausubel. Para tanto, aplicamos um pré-teste e um pós-teste, buscando avaliar a aprendizagem dos estudantes.

Ao avaliar a questão 1 do pré-teste, pode-se notar que dos 19 alunos que participaram do estudo, sete alunos não demonstraram compreender o conceito de altura e/ou do sistema métrico decimal, conceitos subsunçores necessários para realizar tal estimativa, que fica evidente na resposta do estudante A14 ao estimar a altura do bloco 1 da instituição IFPR: *"Pegaria o comprimento e multiplicaria pela largura e o resultado daria como a resposta da altura"*. No desenvolvimento do curso, não foi dado tamanha importância à esses conceitos, uma vez que se esperava que os estudantes já o tivessem. Ao término do minicurso, o mesmo estudante A14, na aplicação do pós-teste estimou a altura de um prédio de 10 andares em "8 metros por andar" totalizando "$8 \times 10 = 80\, metros$". Talvez a aprendizagem desse grupo de alunos tivesse sido mais significativa, se tivéssemos desenvolvido alguma atividade prática envolvendo o sistema métrico decimal.

Da mesma forma, pode-se notar que a maioria dos estudantes não respondeu corretamente a segunda questão, o que nos leva a acreditar que a abordagem teórica para esse tipo de problema não surtiu o resultado esperado. Nesse caso, sugere-se ao professor que ao trabalhar um problema similar a estes, que adote uma abordagem experimental, ou seja, que no problema o qual se propunha estimar quantos grãos de feijão há em 1 kg, leve à sala de aula uma balança de precisão, recipientes de tamanhos diferentes e a quantia ou uma fração da quantia que se deseja estimar, para que os alunos possam realizar experimentalmente.

Em relação ao terceiro problema proposto, nota-se, pelas respostas dos estudantes, uma grande dificuldade com os cálculos envolvidos na resolução, especialmente na questão do pós-teste, a qual se faz necessário realizar transformações de unidade de medida de tempo, para estimar o número de batimentos que o coração de uma pessoa dá em toda a sua vida.

No quarto problema, de um modo geral, se obteve melhores respostas no pós-teste que no pré-teste, embora se tenha notado que grande parte dos alunos não sabe qual é o consumo mensal de água de sua família e não tem a menor ideia de quantos quilômetros podem ser percorridos até a troca de um jogo de pneus. Para Ausubel, o conhecimento prévio é a chave para a aprendizagem dos alunos e problemas como esse associam diversas áreas do conhecimento, gerando conceitos novos e fortalecendo os conceitos já apreendidos.

No quinto e último problema, a maioria dos alunos forneceram melhores respostas no pós-teste que no pré-teste, um indício de que houve aprendizagem significativa, exceto seis alunos que não responderam corretamente a ambos. Nota-se em alguns casos uma tentativa de realizar operações com dados já conhecidos pelo educando ou extraídos do enunciado do problema, que não levariam à solução, talvez um resquício de uma aprendizagem mecânica, em que se estuda uma classe de problemas que se resolve por um determinado método, sem se preocupar com o raciocínio lógico.

Com relação aos 13 problemas propostos e resolvidos durante o minicurso (Seção 2.7), optou-se por não recolher registros escritos, uma vez que em seu desenvolvimento, sempre que necessário, houve intervenção do professor. Pretende-se, então, de maneira bem sucinta, descrever o desenvolvimento dessas atividades.

Os problemas foram propostos um de cada vez, deixando livre para que os alunos resolvessem em grupos. Durante essa atividade os alunos foram orientados a consultar a internet quando necessário. Estipulou-se o tempo de cinco a dez minutos para que tentassem resolvê-los sem auxílio do professor e, após isso, intervinha questionando-os sobre as respostas obtidas e suas dificuldades para resolvê-los e, assim, direcionando-os para realizar uma boa estimativa. Observou-se bom resultado com o trabalho em grupo, uma vez que alguns dos problemas propostos necessitavam de conceitos que parte dos alunos não possuía, e assim, com o auxílio dos colegas, obtiveram êxito na resolução. Notou-se também certa dificuldade com os problemas 12 e 13, em virtude dos cálculos envolvendo grandes números, os quais grande parte dos alunos não sabia realizar.

Dos estudantes que participaram da pesquisa, uma parte são meus alunos da turma do primeiro ano do Curso Técnico em Eletromecânica Integrado ao Ensino Médio, na qual leciono Matemática. Pude observar que, após o minicurso, dois alunos se utilizavam da estimativa na resolução de problemas envolvendo funções. Observando o desenvolvimento desses alunos durante o ano letivo, notei evolução na sua tomada de decisão frente à resolução de problemas, o que me leva a acreditar que sua aprendizagem foi significativa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As preocupações com a qualidade do ensino nas escolas públicas são temas constantes nas discussões de políticas educacionais brasileiras e essas estão pautadas, principalmente, nos resultados das avaliações dos exames nacionais, como por exemplo, o IDEB[5]. Segundo dados do INEP[6], referentes ao ano de 2015, o IDEB nacional para o Ensino Médio foi de 3,7, abaixo da meta para 2015 que era 4,3. Para que o País atinja o nível de qualidade educacional, em termos de proficiência e rendimento (taxa de aprovação), da média dos países desenvolvidos observada atualmente, deverá atingir 6,0. Essa é a meta definida para 2028.

Os resultados das provas mostram que os alunos do Ensino Médio obtiveram resultados inferiores em Matemática em 2015 em relação à avaliação realizada em 2013. A média do Brasil em 2015 foi de 267, enquanto que em 2013 foi de 270 pontos. O

[5] Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.
[6] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

reflexo do baixo desempenho de nossos alunos em Matemática é percebido nas Ciências, em especial na Física, que em seu desenvolvimento necessita das ferramentas matemáticas para a resolução de equações e no desenvolvimento de equações. Partindo do pressuposto de que o ensino na educação básica é desarticulado entre a Matemática e as demais Ciências, a aprendizagem torna-se, na maioria das vezes, mecânica, na qual o aluno decora fórmulas e algoritmos para resolver exercícios e problemas descontextualizados, porém, não consegue aplicá-los em um contexto diferente do que resolveu.

Nesse sentido, propõe-se a utilização dos problemas de Fermi, que permeiam as ciências, com um enfoque no raciocínio lógico-matemático, se permite a interdisciplinaridade, tornando a aprendizagem mais significativa.

De posse dos dados obtidos com esta pesquisa, concluímos que a aprendizagem poderia ter sido mais significativa se tivéssemos adotado uma abordagem experimental para a maioria dos problemas. Notou-se dificuldade com o sistema métrico decimal e cálculos envolvendo números com mais de três algarismos, além do próprio grau de dificuldade que cada problema traz. Essas dificuldades encontradas nos proporcionou realizar alterações na sequência didática (Capítulo 7), quanto à forma de abordar os problemas 1 e 2 do pré-teste (Seção 2.8), buscando-se obter uma aprendizagem mais significativa. Observou-se bom resultado ao trabalhar em grupo, pois à medida que se teciam hipóteses para resolvê-los, os colegas interviam para chegar a um consenso de como resolveriam o problema. De modo geral, os problemas propostos despertaram o interesse dos alunos por seu caráter interdisciplinar e desafiador.

6. REFERÊNCIAS

ALBARRACÍN, L. & GORGORIÓ, N. Problemas de estimación de magnitudes no alcanzables: estragias y éxito em la resolución. *Revista PNA*, vol. 7, 2013, nº 3, p. 103-115. Disponível em <http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/23476/1/PNA7%283%29-2.pdf>. Acesso em: 30 de jul. 2016.

ÄRLEBÄCK, J. B. On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Vol. *6,* nº *3*, 2009, p. 331-364. Disponível em <http://www.math.umt.edu/tmme/vol6no3/Arleback_article3_vol6no3_pp331_364.pdf> Acesso em: 26 de jul. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. PCN + Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 27 de nov. 2016.

BATISTA, E. & MOZOLEVSKI, I. Métodos de Física-Matemática. Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina – Consórcio ReDiSul, 2010. Disponível em: <http://mtm.ufsc.br/~ebatista/Eliezer_Batista_arquivos/Metodos_de_Fisica-Matematica_-_28-jul-2010.pdf>. Acesso em: 22 de mar. 2016.

CARLSON, J. E. Fermi problems on gasoline consumption. *The Physics Teacher*, 35(5), 1997, p. 308-309.

FERRARO, G. T.; SOARES, A. P. T.; TORRES, C. M. Física ciência e tecnologia. São Paulo: Ática, 2010. Vol. 1.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J.H. Problematizando o uso da estimativa em aulas de Matemática da Escola Básica**.** *Anais do XI encontro de Educação Matemática*. Curitiba, 2013. Disponível em <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1099_200_ID.pdf>. Acesso em: 27 de mar. 2015.

HALLIDAY, D.; RESNICK R.; WALKER, J. Fundamentos de Física, vol. 1: mecânica. 8ª edição, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

HALLIDAY, D.; RESNICK R.; WALKER, J. Fundamentals of Phisics, vol.1, 7th edition, Wiley, 2008.

NUSSENZVEIG H. M. **Curso de Física Básica 1**: Mecânica, 4ª edição, Editora Edgard Blücher, 2002.

LIVI, R. P. **Como estimar dimensões e grandezas físicas:** Pequenos e grandes números. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*. Florianópolis, 1990. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/9798/9034>. Acesso em: 23 de mar. 2015.

MOREIRA, M. A.; CABALLERO, M.C.; RODRÍGUEZ, M.L. (orgs.) (1997). **Aprendizagem Significativa:** Um conceito subjacente. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, España. pp. 19-44. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Acesso em: 05 de out. 2016.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1999.

MOREIRA, M. A. & MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa:** A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, M. A. Organizadores prévios e Aprendizagem Significativa. *Revista Chilena de Educación Científica*, Vol. 7, Nº. 2, 2008, p. 23-30. Disponível em: < https://www.if.ufrgs.br/~moreira/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2016.

SMOOTHEY, M. Atividades e jogos com estimativas. Tradução: Sérgio Quadros. Revisão técnica: Ubiratam D'Ambrósio. São Paulo: Scipione, 1998.

SRIRAMAN, B., & KNOTT, L. The Mathematics of Estimation: Possibilities for Interdisciplinary Pedagogy and Social Consciousness. *Interchange: A Quarterly Review of Education*, Vol. 40, nº 2, 2009, p. 205-223. Disponível em <http://www.math.umt.edu/sriraman/Interchange_Sriraman_2009_2.pdf>. Acesso em 22 de jul. 2016

YAMAMOTO, K. & FUKE, L. F. Física para o Ensino Médio vol. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução: Ernani F. Da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

7. APÊNDICE: PRODUTO EDUCACIONAL

MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ Centro de Ciências Exatas Departamento de Física	SBF SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

TEXTO DE APOIO AO PROFESSOR

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

Desenvolvido por: Renato Rodrigues dos Santos

Orientado por: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira

MARINGÁ

JANEIRO/2017

APRESENTAÇÃO

Neste material de apoio ao professor descreve-se uma sequência didática de 10 aulas, na qual se propõe trabalhar com alunos do primeiro ano do Ensino Médio problemas de estimativas, também chamados de problemas de Fermi, em homenagem ao físico Italiano Enrico Fermi, que ficou conhecido por levantar e resolver esse tipo de problema.

1. Sequência didática

- Conteúdo: Estimativa.

- 1ª aula (50 min): Nesta aula sugere-se ao professor discorrer brevemente sobre o conteúdo que será trabalhado e à seguir, aplicar o pré-teste (Seção 2) para levantar o conhecimento prévio dos alunos.

- 2ª aula (50 min): Fazer a leitura do texto "Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?" (Seção 4) e propor as questões acerca do texto, apresentadas no término desta seção.

- 3ª aula (50 min): Justificar a importância de se estudar estimativa com a leitura do texto "Por que fazer estimativas em ciências?" (Seção 5); Antes de iniciar a resolução dos problemas, discutir o texto "Como fazer estimativas em pesquisas?" (Seção 6) e à seguir, resolver as questões do pré-teste (Seção 7).

- 4ª à 9ª aulas (50 min cada): Propor para os alunos a resolução dos problemas da Seção 8.

- 10ª aula (50 min): Sugere-se a aplicação do pós-teste (Seção 9) para a verificação da aprendizagem.

2. Aplicação do Pré-Teste:

Antes de iniciar o minicurso, propõe-se a aplicação de um pré-teste, com o objetivo de avaliar o desenvolvimento dos alunos, composto de cinco questões que são descritas a seguir:

Resolva os problemas abaixo e explique como obteve a resposta em cada caso.

6) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.
7) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

8) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?
9) Quantos pneus usados (apenas de carros) são descartados por ano em Paranavaí?
10) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

3. Introdução

Estimar significa opinar a respeito de algo de que não se tem certeza, fazer um cálculo aproximado acerca de uma quantia ou uma grandeza, como por exemplo, estimar a idade do Universo, estimar a quantidade de pessoas em um show de *rock*, o número de manifestantes em um evento, o número de átomos que compõem um corpo, o número de bactérias em uma determinada amostra, etc.

Com o intuito de tornar a aprendizagem mais significativa, Moreira (2008) recomenda o uso dos organizados prévios que:

> [...] são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si. Contrariamente a sumários que são de um modo geral, apresentados ao mesmo nível de abstração, generalidade e abrangência, simplesmente destacando certos aspectos do assunto, organizadores são apresentados em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade. (MOREIRA, 2008, p. 2)

Nesse sentido, propõe-se a leitura e discussão do texto "O Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?" (seção 3), que em seu contexto traz diversas estimativas que estão salientadas em negrito, visando preparar a estrutura cognitiva do educando, para ancorar o novo conceito a ser compreendido. Após uma breve discussão sobre o texto, propõem-se algumas questões que levam o estudante a refletir sobre a necessidade em se realizar uma estimativa, bem como, proporciona ao professor coletar dados sobre o conhecimento prévio de seus alunos.

4. Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?

> Quando você está em algum lugar propício para admirar as estrelas, e se a noite estiver especialmente boa para vê-las, é incrível olhar para cima e se deparar com algo semelhante à imagem a seguir (Figura 2).

Figura 25 – Céu estrelado

Fonte: Extraída da internet[7]

Algumas pessoas ficam impressionadas pela beleza do céu, ou se deslumbram com a vastidão do universo. No meu caso, eu passo por uma leve crise existencial, e depois ajo bem estranhamente por meia hora. Cada um reage de um jeito diferente.

O físico Enrico Fermi também reagia diferente, e se perguntou: “cadê todo mundo?”

Um céu estrelado parece imenso, mas tudo o que estamos vendo é a nossa vizinhança. Nas melhores noites estreladas, nós podemos ver até 2.500 estrelas (mais ou menos um centésimo de milionésimo do total de estrelas em nossa galáxia). Quase todas estão a menos de mil anos-luz de nós (ou 1% do diâmetro da Via Láctea). Então, na verdade estamos olhando para isto (Figura 3):

[7] Disponível em: <http://28oa9i1t08037ue3m1l0i861.wpengine.netdna-cdn.com/wp-content/uploads/2014/05/Stars-fixed.jpg>. Acesso em 25 de nov. 2016.

Figura 26 – Nossa Galáxia: Via Láctea

Fonte: Extraída da internet[8]

Quando somos confrontados com o assunto de estrelas e galáxias, uma questão que atormenta a maior parte dos humanos é: “há vida inteligente lá fora?” Vamos colocar alguns números nessa questão; se você não gosta de números, pode ler só o negrito.

Nossa galáxia tem entre 100 bilhões e 400 bilhões de estrelas; no entanto, este é quase o mesmo número de galáxias no Universo observável. Então, para cada estrela da imensa Via Láctea, há uma galáxia inteira lá fora. No total, **existem entre 10^{22} e 10^{24} estrelas no Universo**. Isso significa que para cada grão de areia na Terra, há 10.000 estrelas no universo.

O mundo da ciência não está em total acordo sobre qual porcentagem dessas estrelas são parecidas com o Sol (similares em tamanho, temperatura e luminosidade). As opiniões tipicamente vão de 5% a 20%. Indo pela mais conservadora (5%) e o número mais baixo na estimativa total de estrelas (10^{22}), **isso nos dá 500 quintilhões, ou 500 bilhões de bilhões de estrelas similares ao Sol.**

Também há um debate sobre qual porcentagem dessas estrelas similares ao Sol poderia ser orbitada por planetas similares a Terra (com condições parecidas de temperatura, que poderiam ter água líquida e que poderia sustentar vida similar à da Terra). Alguns dizem que é até 50%, mas vamos ficar com os conservadores 22% que apareceram em um recente estudo no PNAS (Procedimentos da Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos da América). Isso sugere que há um planeta similar à Terra, potencialmente habitável, orbitando pelo menos 1% do total de estrelas do universo: **um total de 100 bilhões de bilhões de planetas similares à Terra.**

Então existem 100 planetas parecidos com a Terra para cada grão de areia do mundo. Pense nisso na próxima vez que for à praia.

[8] Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/wp-content/uploads/2014/07/2a.png>. Acesso em 25 de nov. 2016.

Daqui para frente, nós não temos outra escolha senão sermos especulativos. Vamos imaginar que, depois de bilhões de anos de existência, 1% dos planetas parecidos com a Terra tenha desenvolvido vida (se isso for verdade, cada grão de areia representaria um planeta com vida). E imagine que em 1% desses planetas avance até o nível da vida inteligente, como aconteceu na Terra. Isso significaria que teríamos 10 quatrilhões, ou **10 milhões de bilhões de civilizações inteligentes no universo observável.**

Voltando para a nossa galáxia e fazendo as mesmas contas usando a estimativa mais baixa de estrelas na Via Láctea, estimamos que existem **1 bilhão de planetas similares à Terra, e 100 mil civilizações inteligentes na nossa galáxia**. (A Equação de Drake traz um método formal para esse processo limitado que estamos fazendo).

A SETI (Busca por Inteligência Extraterrestre, na sigla em inglês) é uma organização dedicada a ouvir sinais de outras vidas inteligentes. Se nós estivermos certos e houver 100 mil ou mais civilizações inteligentes na nossa galáxia, uma fração delas estaria emitindo ondas de rádio, ou raios laser, ou qualquer coisa para realizar contato. Então os satélites da SETI deveriam estar recebendo sinais de todo tipo, certo?

Mas não está. Nunca recebeu.

Cadê todo mundo?

Adaptado do texto “O Paradoxo de Fermi” (The Fermi Paradox by Tim Urban) traduzido por Jéssica Nunes. Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/o-paradoxo-de-fermi/ >. Acesso em 25 de nov. 2016.

A seguir, apresentam-se algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre o texto:

1) Você considera possível, em uma noite de céu claro (sem nuvens) contar todas as estrelas que há lá no céu? Justifique sua resposta.

2) Como você imagina que o autor do texto chegou à conclusão que há em torno de 10^{22} e 10^{24} estrelas em todo o universo?

3) O que é uma estimativa?

5. Por que fazer estimativas em ciências?

Os cientistas às vezes fazem essas estimativas antes de optar por métodos mais sofisticados para obter respostas específicas.

A capacidade para estimar – para dentro de uma ordem de magnitude ou então – o tamanho ou a probabilidade de diversas quantidades é útil na ciência, bem como em muitos outros empreendimentos, para:

- Fornecer uma verificação aproximada de cálculos mais exatos;
- Fornecer uma verificação áspera dos resultados da investigação ou hipóteses;
- Obter estimativas das quantidades quando outros recursos não estão disponíveis;
- Obter estimativas das quantidades que são difíceis de medir com precisão;

- Obter estimativas de quantidades para as quais não exista uma previsão teórica firme.

E, particularmente importante em ciências interdisciplinares, matéria mole e astrofísica para fornecer limitantes a possíveis alternativas de projetos.

Estimar verifica a razoabilidade dos resultados: às vezes, a complexidade de certos cálculos pode ajudar a esconder grandes erros, se uma estimativa foi feita de modo que ajude a perceber se o resultado preciso é consistente. Também é preferível à estimativa aproximada "antes" porque se for feito depois de saber o resultado de um cálculo preciso poderia enviesar a estimativa.

6. Como fazer estimativas em pesquisas?

Como você estima a resposta a uma pergunta que parece impossível determinar, ou pelo menos sem acesso a uma enciclopédia, acesso à Internet, ou ser onisciente? Por exemplo, quantos grãos de areia estão lá nas praias da terra? Quantos afinadores de piano existem em Chicago? Quantos átomos estão em seu corpo?

Um primeiro passo é seguir as seguintes sugestões:

i) Não entre em pânico quando você vê o problema;

ii) Anote qualquer fato você sabe relacionado à questão;

iii) Descreva uma ou mais procedimentos possíveis para determinar a resposta;

iv) Mantenha o controle de suas suposições;

v) Liste as coisas que você precisa saber para responder à pergunta.

Neste minicurso vamos estudar alguns métodos para a resolução de problemas de estimativas.

7. Resolução dos problemas propostos no pré-teste

Após a aplicação do pré-teste, iniciam-se as atividades com os alunos, e como primeiro passo procede-se a discussão das questões respondidas no pré-teste.

1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Figura 27 – Foto do Bloco 01 Administrativo – IFPR Campus Paranavaí

Fonte: O autor.

Nesta questão, pode-se estimar a altura de do Bloco 1 (Figura 4), comparando-a com a altura de um aluno. Observa-se que a altura de uma sala é um pouco menor que o dobro da altura de um aluno, considerando que este possua em torno de 1,60m de altura, pode-se estimar a altura de uma sala em torno de 3m. Como o bloco possui 2 pisos e ainda uma fachada superior que abriga a cobertura, pode-se estimar sua altura total em aproximadamente 8 metros.

Recomenda-se ao professor levar trena e fita métrica para a sala de aula, para discutir o sistema métrico decimal. Pode-se solicitar para que meçam suas alturas, o comprimento de seus palmos e, por fim, a largura de suas carteiras.

2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Neste problema, procura-se identificar se aluno conhece algum método para estimar uma quantidade palpável, a qual se pode retirar uma amostra e comparar com o todo. Uma solução seria retirar uma porção menor, conta-la e comparar com o volume total. Para tanto, recomenda-se levar para a sala de aula um pacote de feijão, contendo 1 kg, e porções menores em embalagens de tamanhos diferentes (Figura 5) para que os alunos possam manipular e fazer comparações.

Fez-se uma estimativa com feijão da variedade carioquinha, na qual se utilizou um copinho descartável de 80ml de capacidade para fazer comparações. Contou-se o número de grãos (n) que havia num copinho cheio, no qual se obteve 200 grãos. Verificou-se (realizando medições) que 1kg de feijão equivale à 17 copinhos cheios, daí, basta multiplicar para obter a estimativa procurada.

$$n = 200\,\frac{grãos}{\cancel{copinho}} \cdot 17\ \cancel{copinhos} \approx 3.400\ grãos$$

Figura 28 – Imagem fotográfica do pacote de feijão (1 kg) utilizado nessa estimativa

Fonte: O autor.

Outro modo é, com o auxílio de uma balança de precisão (Figura 6), medir a massa de certa quantidade de grãos de feijão, e depois comparar com o todo.

Fez-se a medição da massa utilizando feijão da variedade carioquinha, e uma balança com precisão de 10^{-2}g, na qual se obteve que 30 grãos de feijão tem massa de 8,55g. Para facilitar os cálculos, arredonda-se para 9g. Obtêm-se a massa de cada grão de feijão (m), dividindo a massa obtida na pesagem pela quantidade de grãos que foram pesados:

$$m = \frac{9g}{30grãos} = 0{,}3g/grão$$

Por fim, obtêm-se uma estimativa para o número de grãos de feijão (n) que há em 1kg (1.000g), dividindo a massa total pela massa aproximada de cada grão:

$$n = \frac{1000\cancel{g}}{0{,}3\cancel{g}/grão} \approx 3.300 \textit{ grãos de feijão.}$$

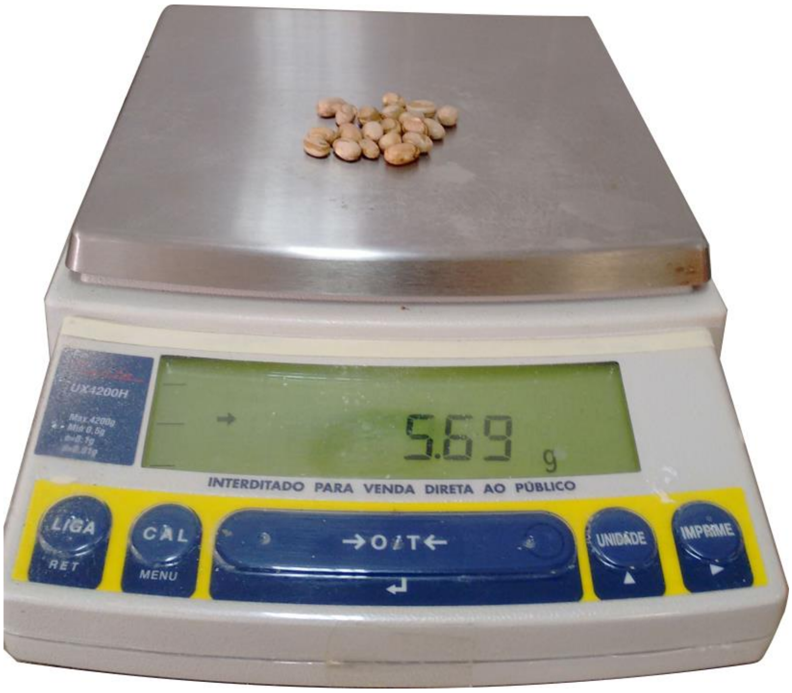


Figura 29 – Imagem fotográfica da balança de precisão aferindo a massa de grãos de feijão

Fonte: O autor.

3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Neste problema, primeiramente pode-se estimar quanto uma pessoa come por dia, incluindo café da manhã, almoço, jantar e eventualmente, lanches e frutas. Multiplica-se o valor obtido pelo número de dias que se viveu em 70 anos, e ainda, pode-se levar em conta que uma pessoa se alimenta com uma quantidade menor de alimento enquanto criança. Quanto maior for o número de hipóteses a se considerar, melhor será a estimativa.

Uma resposta simples pode ser obtida considerando que, ao longo da vida, uma pessoa comeu em média 1,5kg de comida por dia e, considerando um ano com 365 dias, tem-se que essa pessoa viveu em dias:

$$70\ \cancel{anos} \cdot \frac{365\ dias}{1\ \cancel{ano}} = 25.550\ dias.$$

Multiplica-se o resultado obtido pela quantidade diária de alimento que foi estimado e obtêm-se

$$25.550\ \cancel{dias} \cdot \frac{1{,}5kg}{\cancel{dia}} = 38.325\ kg \approx 38\ toneladas.$$

4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Pode-se supor que em Paranavaí exista um carro para cada 4 pessoas. Com aproximadamente 90.000 habitantes, tem-se:

$$90.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{1\ carro}{4\ \cancel{habitantes}} = 22.500\ carros.$$

Considerando-se que cada carro possui 4 pneus, faz-se necessário estimar o desgaste desses pneus. Supondo-se uma troca a cada 4 anos, seriam descartados

$$22.500\ \cancel{carros} \cdot \frac{4\ pneus}{\cancel{carro}} . \frac{1}{4\ ano} = 22.500\ pneus/ano.$$

Recomenda-se ao professor orientar os alunos à realizar uma pesquisa quanto à durabilidade dos pneus de um carro. Após a resolução desse problema, pode-se aproveitar os dados obtidos, para discutir o fim que se dá aos pneus velhos do município em que se vive, e as possibilidades de reciclagem dos mesmos.

5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Primeiramente precisamos estabelecer algumas hipóteses: Suponhamos que cada profissional trabalhe 5 dias por semana durante 8 horas por dia e que cada habitante do município seja vacinado em 3 minutos. Assim temos que cada profissional deverá vacinar

$$\frac{90.000\ habitantes}{10\ profissionais} = 9.000\ habitantes/profissional\ da\ saúde.$$

Supondo-se que se gaste em média 3 minutos para vacinar cada habitante, tem-se que cada profissional gastará

$$9.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{3\ min}{1\ \cancel{habitante}} = 27.000\ minutos.$$

Considerando que se trabalhe 8 horas por dia, cada profissional trabalhará

$$27.000\ \cancel{min} \cdot \frac{1h}{60\ \cancel{min}} = 450\cancel{h} . \frac{1\ dia\ útil}{8\cancel{h}} \approx 56\ dias\ úteis.$$

O que nos dará aproximadamente 2 meses e meio de trabalho.

8. Desenvolvimento do minicurso

Após a resolução do pré-teste, propõe-se a resolução de cada problema, um por vez, solicitando aos estudantes que os resolvam com o conhecimento que tem, e após alguns minutos, questiona-se os estudantes sobre as hipóteses utilizadas na resolução e por fim interfere-se questionando e atribuindo parâmetros quando necessário, para que façam uma boa estimativa.

1) Estime a altura desta sala de aula.

Uma das formas de se estimar a medida de algo que não conhecemos é comparar com uma medida conhecida. A altura de uma parede pode ser estimada comparando-se com a própria altura do aluno. Poder-se-ia então estimar a altura da sala em torno de 3m.

2) Estime o volume do ar contido na sala em que você está.

Aplica-se o mesmo procedimento que no problema anterior, porém agora precisa estimar o comprimento e a largura da sala, o que pode ser feito comparando com as medidas das carteiras que estão dispostas de maneira organizada, ou com as dimensões dos pisos cerâmicos. Espera-se obter algo em torno de $9m \times 6m \times 3m = 162m^3$. Porém na sala há carteiras, cadeiras, mesa do professor, material escolar, alunos, professor, etc. ocupando parte do volume desta sala. Poder-se-ia fazer uma estimativa deste volume, embora seja algo bem mais complexo. Suponhamos 30 alunos, cada um com massa 50kg, totalizando 1.500kg. Considerando sua densidade próxima à densidade da água, poder-se-ia estimar em torno de:

$$1.500\cancel{kg} \cdot \frac{1\cancel{l}}{1\cancel{kg}} \cdot \frac{1m^3}{1.000\cancel{l}} = 1{,}5m^3,$$

o que é insignificante se comparado ao volume da sala. Considerando que os demais objetos ocupem $0{,}5m^3$, uma boa estimativa seria de que nesta sala há em torno de:

$$162m^3 - (1{,}5 + 0{,}5)m^3 = 160\mathrm{m}^3 de\ ar.$$

3) Estime a massa do ar contida na sala em que você está (Sugestão: consulte a massa atômica dos gases que compõe o ar na tabela periódica).

De posse da resposta do problema anterior e considerando-se que $1m^3$ corresponde a 1.000 litros, tem-se que nesta sala há

$$160\cancel{m^3} \cdot \frac{1.000l}{1\cancel{m^3}} = 160.000 \text{ litros de ar.}$$

Considerando que o ar é composto basicamente de nitrogênio (78%) e oxigênio (21%) aproximadamente, com massas molares próximas de 15g e que 1 mol de qualquer gás ocupa 22,4 litros nas CNTPs (0°C e 1atm), temos que a massa (m) do ar contido na sala pode ser obtido por:

$$m = 160.000\cancel{l} \cdot \frac{15g}{22{,}4\cancel{l}} = 107.143g \approx 100Kg$$

4) Estime os seguintes cálculos:

a) $347{,}32 \times 4{,}1025$

Estimativas em cálculo numérico podem ser realizadas aproximando os números envolvidos para a dezena, centena, milhar, etc. mais próxima. Neste caso pode-se aproximar para 350×4, cálculo que se pode fazer mentalmente, obtendo 1400. Comparando com o resultado do produto procurado, 1.424,47005, não é tão distante do mesmo.

b) $983.657 \div 934$

Com raciocínio análogo, pode-se estimar o quociente acima fazendo $1.000.000 \div 1.000 = 1.000$. Comparando com o resultado do quociente, aproximadamente 1.053,17, observa-se um erro próximo de 5%. Em muitos casos o erro é bem maior, porém geralmente não supera uma ordem de grandeza.

5) Quantos anos uma pessoa que viveu 70 anos passou dormindo e quanto tempo passou comendo?

i) Supondo que uma pessoa durma em média 8 horas por dia, isso equivale a 1/3 do dia, e durante toda a sua vida, $70 \div 3 \cong 23$ anos.

ii) Primeiramente se faz necessário estimar quanto tempo por dia se passa comendo, suponhamos uma hora. Como o dia possui 24 horas, passa-se $1/24$ do tempo alimentando-se. Uma pessoas que viveu 70 anos passou $\frac{70}{24} \cong 2{,}91 \cong 3$ anos comendo.

6) Se você ganhasse um milhão de reais em notas de R$100,00, daria para carregar todo o dinheiro em uma mala? Qual o tamanho do depósito necessário para guardar um bilhão de reais em notas de R$100,00?

i) Começamos por calcular quantas notas há em R$ 1.000.000,00:

$$\frac{R\$\ 1.000.000{,}00}{R\$\ 100{,}00} = 10.000\ notas.$$

Pode-se estimar a espessura de uma nota dobrando-a diversas vezes, medindo-se uma pilha com diversas notas e dividindo-se a medida obtida pelo número de notas. Daí, supondo uma pilha com todo esse dinheiro, pode-se calcular o volume total dessas notas.

Dobrou-se 4 notas por duas vezes, obtendo uma pilha com 16 notas e 2mm de espessura. Assim sendo, cada nota possui $0{,}125mm$ de espessura. Logo, uma pilha com 10.000 notas possui:

$$10.000\cancel{notas} \cdot 0{,}125\frac{mm}{\cancel{nota}} = 1.250mm.\frac{1cm}{10mm} = 125cm$$

Considerando que uma nota de R$ 100,00 meça 15,5cm X 7cm, o volume dessa quantia de dinheiro pode ser estimada por:

$$V = 15{,}5cm \times 7cm \times 125cm \approx 13.500\ cm^3$$

Uma pasta executiva possui em torno de 40cm de comprimento (c) e 30 cm de largura (l). Para carregar todo esse dinheiro deverá ter altura igual a

$$V(volume) = c \cdot l \cdot a \Rightarrow a = \frac{V}{c \cdot l} = \frac{13.500}{40 \cdot 30} \Rightarrow a \approx 12cm,$$

ou seja, é possível carregar em uma mala.

ii) A segunda parte do problema pode ser respondida multiplicando-se o volume estimado por 1.000.000, assim temos que R$ 1.000.000.000,00 equivale a um volume de:

$$V = 13.500 \times 1.000.000 = 13.500.000.000\ cm^3$$

$$V = 13.500.000.000\cancel{cm^3}\frac{1m^3}{1.000.000\cancel{cm^3}}$$

$$V = 13.500m^3$$

Vamos supor um depósito que tenha 4m de altura, então $13.500 \div 4 \cong 3.375$, extraindo a raiz quadrada, obtemos $\sqrt{3.375} \cong 58$, ou seja, teríamos que ter um depósito com 57m de comprimento, 57m de largura e 4m de altura.

Obs.: Um caminhão baú porte médio mede aproximadamente: 6m de comprimento, 2,2m de largura e 2,2m de altura, que nos dá um volume aproximado de 29m^3. Assim, um bilhão de reais equivalem a

$$\frac{13.500\cancel{m^3}}{29\cancel{m^3}/caminhão} = 465 \text{ caminhões.}$$

7) Estime a quantidade de moedas de R$ 1,00 que se pode armazenar em uma caixa cúbica com $1m$ de aresta.

Uma moeda de R$ 1,00 possui aproximadamente 2mm de espessura e 3cm de diâmetro. Dividindo o comprimento da caixa pelo diâmetro das moedas, obtemos que na base dessa caixa cabem 33 fileiras com 33 moedas cada. Supondo que as moedas sejam organizadas em pilhas, cada pilha terá:

$$1m = 100cm = 1000mm \cdot \frac{1\,moeda}{2mm} = 500\,moedas.$$

Daí, multiplicando-se 33 fileiras com 33 pilhas de 500 moedas obtêm-se:

$$33 \times 33 \times 500\,moedas = 544.500\,moedas$$

8) Estime sua velocidade média de sua casa até o IFPR. Especifique se o trajeto foi feito a pé, de carro ou de transporte coletivo.

Esse tipo de estimativa é bastante simples e consiste apenas em estimar o tempo gasto no percurso e a distância, se não forem conhecidos. Aplicando a definição de velocidade média, temos:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Supondo-se um aluno que more no centro de Paranavaí, desloca-se 500m a pé, de sua casa até o ponto de ônibus em minutos, fique esperando 6 minutos no ponto de ônibus e leve mais 15 minutos para percorrer de ônibus uma distância de 4 km. Então sua velocidade média pode ser obtida fazendo

$$V_m = \frac{500m+4km}{5min+6min+15min} = \frac{500m\cdot\frac{1km}{1.000m}+4km}{26min\cdot\frac{1h}{60min}} = \frac{4{,}5km}{\frac{26}{60}h} = 4{,}5km \cdot \frac{60}{26}h \approx 10km/h.$$

9) Considerando que os grãos de areia tem seus diâmetro variando entre 0,25mm e 0,5mm, estime quantos grãos de areia podem conter em um copo descartável (200 ml).

Considerando-se como unidade de medida de volume um cubo com $1mm$ de aresta, tem-se que em $1mm$ cabem 4 grãos de areia de 0,25mm de diâmetro, ou ainda, cabem 2 grãos de areia com 0,5mm. Por simplicidade, considera-se que em $1mm$ de comprimento, tenha-se 3 grãos de areia. Daí, $1mm^3$ possui

$$3^3 = 27\ grãos\ de\ areia.$$

Como 200 ml equivale a 200cm^3, e $1cm^3 = 10^3mm^3$, nesse copo descartável pode conter

$$200\cancel{cm^3}\cdot\frac{10^3\cancel{mm^3}}{\cancel{cm^3}}\cdot\frac{27grãos\ de\ areia}{\cancel{mm^3}} = 5.400\cdot 10^3 = 5{,}4\cdot 10^6 grãos\ de\ areia,$$

portanto, é da ordem de grandeza de 10^7 grãos de areia, pois $5{,}4 > \sqrt{10}$.

10) Estime quantos fios de cabelo existem em sua cabeça.

Pode-se estimar o número de fios de cabelo fazendo uma aproximação da a área do couro cabeludo, modelando como uma calota esférica e contando o número de fios de cabelo existente em uma unidade de área. Para obter o raio de sua cabeça, pode-se utilizar um barbante e uma régua, medindo-se o comprimento da circunferência (C), obtêm-se o diâmetro. Supondo $C = 51cm$, obtêm-se:

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{51}{2\pi} \approx \frac{51}{2 \cdot 3{,}14} \approx 8cm = 80mm$$

Considerando que em $1mm^2$ há 2 fios de cabelo, então o número de fios de cabelo (n) pode ser estimado por

$$n = \frac{4\pi r^2}{2} \times (número\ de\ fios/mm^2) = \frac{4 \cdot 3{,}14.(80mm)^2}{2} \cdot 2fios/mm^2$$

$$n \approx 6{,}28 \cdot 6400\cancel{mm^2}.\frac{2fios}{\cancel{mm^2}} \approx 80.324 \approx 8 \cdot 10^4 fios\ de\ cabelo,$$

ou seja, é da ordem de grandeza de 10^5 fios de cabelo, pois $8 > \sqrt{10}$.

11) Estime a ordem de grandeza do comprimento (hipotético), em quilômetros, que teria uma fila retilínea composta por um mol de bolinhas de gude. Lembre-se de que um mol equivale a $6{,}02 \times 10^{23}$.

Suponhamos uma bolinha de gude com um diâmetro de 2cm., teremos:

$$c = 2cm \times 6{,}02 \times 10^{23} = 12{,}02 \times 10^{23}\cancel{cm} \cdot \frac{1m}{100\cancel{cm}}$$

$$c \approx 12 \times 10^{21}m \approx 12 \times 10^{21}\cancel{m} \times \frac{1km}{1.000\cancel{m}} \approx 12 \times 10^{18}km = 1{,}2 \times 10^{19}km,$$

sendo a ordem de grandeza de $10^{19}km$, pois $1{,}2 < \sqrt{10}$.

Comparando: - Distância da Terra à Lua – $370.300\ km \sim 3{,}7 \times 10^5 km$

- Distância da Terra ao Sol – $149.600.000\ km \sim 1{,}5 \times 10^8 km$

- Diâmetro de nossa galáxia $\sim 10^{18}km$

Pode-se afirmar que, uma fileira com 1 mol de bolinhas de gude é 10 vezes maior que o diâmetro de nossa galáxia.

12) Estime a economia de energia elétrica mensal resultante da troca de uma lâmpada fluorescente por uma de *LED*, de mesma intensidade luminosa (*lumens*), em todas as residências do Brasil.

Considerando que a população do Brasil em 2016 é de, aproximadamente, 200 milhões de habitantes, e 3 moradores por habitação, pode-se estimar que no país há cerca de 66 milhões de residências. As lâmpadas de *LED* consomem aproximadamente metade da energia de uma lâmpada fluorescente de mesma intensidade luminosa, portanto uma lâmpada de *LED* de 9W poderia substituir uma fluorescente de 18W. Supondo que se troque uma lâmpada de um cômodo que mais se utilize (sala ou cozinha), e que se mantenha essa lâmpada acesa 4 horas por dia, podemos obter a economia de energia como segue:

$$E = [9\cancel{W} \cdot 4\ h\ \cdot 30] \cdot 66.000.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 71.280.000\ kWh = 71{,}28\ GWh$$

Considerando que essas lâmpadas fiquem ligadas todas ao mesmo tempo, teríamos uma potência de $P = 9\cancel{W} \cdot 66.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 594.000\ kW \cong 594\ MW,$ 54% maior que a potência máxima da Usina termoelétrica Luiz Carlos Prestes, em Três Lagoas - MS, que tem potência instalada de 386 MW.

13) Estime a quantidade de átomos que seu corpo possui.

Considerando que 70% do corpo humano é formado por água, para nossa estimativa, vamos assumir que quantidade de átomos que o corpo humano possui é da mesma ordem de grandeza que a mesma massa de água.

De posse da tabela periódica, pode-se obter a massa molar da água somando-se a massa molar do Oxigênio (16g/mol) com a massa molar do Hidrogênio (1g/mol), então 1 mol de $\mathrm{H_2O}$ possui

$$16g\ + 2 \cdot 1g = 18g.$$

Supondo um estudante de massa 60 Kg, sua massa em gramas é

$$60\cancel{Kg} \cdot \frac{1.000g}{1\cancel{Kg}} = 60.000g.$$

Considerando-se que uma molécula de água possui 3 átomos, então seu corpo possui

$$60.000\cancel{g} \cdot \frac{1mol}{18\cancel{g}}.3\ \acute{a}tomos \approx 10.000\ mols\ de\ \acute{a}tomos.$$

Como 1mol equivale a $6{,}02 \cdot 10^{23}$, resulta em:

$10.000\ \acute{a}tomos \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \approx 60.200 \cdot 10^{27} \acute{a}tomos \approx 6.10^{27} \acute{a}tomos,$

tem-se portanto que a ordem de grandeza é de 10^{28} átomos, pois $6 > \sqrt{10}$.

9. Aplicação do Pós-Teste:

Será aplicado ao término das atividades, para verificar como foi o aprendizado dos alunos, e comparado com o pré-teste.

Nos problemas abaixo, dê a resposta e explique como obteve em cada caso:

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

3) Estime o número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

10. Resolução dos problemas propostos no pós-teste

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Assim como na questão 1 do pré-teste, pode-se estimar a altura de um prédio comparando-se a altura de cada andar com a altura de um aluno, ou com a altura da residência que ele habita. Espera-se uma estimativa de 3m por andar, totalizando 30 m.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml) (Figura 7).

Figura 30 – Fotografia do copo com arroz (200 ml)

Fonte: O autor

Para essa questão, espera-se que o aluno responda de modo análogo à questão 2 do pré-teste, sugerindo estimar utilizando a comparação com volumes menores ou uma balança de precisão.

Fez-se a medição da massa utilizando arroz da variedade agulhinha, e uma balança com precisão de 10^{-2}g, na qual se obteve que 50 grãos de arroz tem massa de 0,82g. Para facilitar os cálculos, arredonda-se para 0,8g. Daí, se obtêm a massa de cada grão de arroz (m), dividindo-se a massa obtida na pesagem pela quantidade de grãos que foram pesados:

$$m = \frac{0{,}8g}{50grãos} = 0{,}016g/grão$$

Por fim, obtêm-se uma estimativa para o número de grãos de arroz (n) que há em 200ml (150g), dividindo a massa total pela massa aproximada de cada grão:

$$n = \frac{150\cancel{g}}{0{,}016\cancel{g}/grão} \approx 9.375 \text{ grãos de arroz} \approx 10^4 \text{grãos de arroz.}$$

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Considerando que o número de batimentos cardíacos por minuto varia de acordo com a idade, atividade física e condicionamento físico, assume-se uma média de 80 batimentos por minuto e estimando-se que se viva 70 anos, uma estimativa para este problema seria:

$$70\ anos \times 365\ dias \times 24\ h \times 60\ min \times 80\ batimentos/min$$
$$= 2.943.360.000\ batimentos \cong 3 \times 10^9\ batimentos$$

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)

Supondo-se que cada família tenha um consumo médio de 10.000 litros de água por mês. Considerando-se uma família com 4 pessoas, pode-se estimar:

$$10.000\ litros\ \times \frac{90.000}{4} = 225.000.000\ litros = 225.000\ m^3$$

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

Supondo-se que o candidato gaste 10 minutos para apresentar suas propostas, teríamos 6 visitas por hora, trabalhando 8 horas por dia, resultaria em 48 visitas diárias. Considerando a população de Paranavaí em torno de 90000 habitantes, e supondo-se que cada residência possua em torno de 4 pessoas, teríamos 22.500 residências. Assim, o candidato referido levaria $22.500 \div 48 \cong 469$ dias para visitar todas as residências do município.

11. Considerações Finais

Recomenda-se ao professor explicar aos alunos que para fazer estimativas é necessário tecer hipóteses e assumir certas condições antes de realizar os cálculos. Sugere-se que revise unidades de medida de comprimento e área, e suas conversões, conceitos importantes para obter um resultado consistente, que são utilizados com frequência quando se trata de estimativas. O professor pode ainda dialogar com a sala sobre estimativas realizadas no cotidiano, procurando motivá-los, justificando a importância desse conteúdo.

Sugere-se mostrar aos alunos que nem sempre as maiores dificuldades estão nos cálculos envolvidos em uma estimativa, podem se concentrar na dedução de um dado ou quantia quando não é fornecido ou conhecido pelo educando. Deduzir requer boa noção ou percepção do mundo que nos rodeia, nota-se que alguns alunos a possui em maior ou menor medida, daí a necessidade de se trabalhar em grupo, discutir e ponderar a validade das hipóteses de cada estudante, até se chegar a um consenso.

Ao se trabalhar com estimativas, propõe-se que o professor deve assumir o papel de mediador, fornecendo algumas informações ou dando dicas de como pensar no problema, estimulando o aluno a desenvolver suas habilidades e conceitos.

12. Referências

BATISTA, E. & MOZOLEVSKI, I. Métodos de Física-Matemática. Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina – Consórcio ReDiSul, 2010. Disponível em: <http://mtm.ufsc.br/~ebatista/Eliezer_Batista_arquivos/Metodos_de_Fisica-Matematica_-_28-jul-2010.pdf>. Acesso em: 22 de mar. 2016.

FERRARO, G. T.; SOARES, A. P. T.; TORRES, C. M. Física ciência e tecnologia. São Paulo: Ática, 2010. Vol. 1.

GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J.H. Problematizando o uso da estimativa em aulas de Matemática da Escola Básica. *Anais do XI encontro de Educação Matemática*. Curitiba, 2013. Disponível em <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1099_200_ID.pdf>. Acesso em: 27 de mar. 2015.

HALLIDAY, D.; RESNICK R.; WALKER, J. Fundamentals of Phisics, vol.1, 7th edition, Wiley, 2008.

NUSSENZVEIG H. M. **Curso de Física Básica 1**: Mecânica, 4ª edição, Editora Edgard Blücher, 2002.

MOREIRA, M. A.; CABALLERO, M.C.; RODRÍGUEZ, M.L. (orgs.) (1997). **Aprendizagem Significativa:** Um conceito subjacente. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, España. pp. 19-44. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Acesso em: 05 de out. 2016.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1999.

MOREIRA, M. A. & MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa:** A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, M. A. Organizadores prévios e Aprendizagem Significativa. *Revista Chilena de Educación Científica*, Vol. 7, Nº. 2, 2008, p. 23-30. Disponível em: < https://www.if.ufrgs.br/~moreira/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2016.

SMOOTHEY, M. Atividades e jogos com estimativas. Tradução: Sérgio Quadros. Revisão técnica: Ubiratam D'Ambrósio. São Paulo: Scipione, 1998.

SRIRAMAN, B., & KNOTT, L. The Mathematics of Estimation: Possibilities for Interdisciplinary Pedagogy and Social Consciousness. *Interchange: A Quarterly Review of Education*, Vol. 40, nº 2, 2009, p. 205-223. Disponível em <http://www.math.umt.edu/sriraman/Interchange_Sriraman_2009_2.pdf>. Acesso em 22 de jul. 2016

YAMAMOTO, K. & FUKE, L. F. Física para o Ensino Médio vol. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução: Ernani F. Da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.